Colegio Santa María de Maipú.
Departamento de Matemática.

GUÍA DE AUTO-APRENDIZAJE N°1
CUARTO MEDIO 2020

Nombre_____ **Curso:** _____ **Fecha:** _____

Objetivo de Aprendizaje:
AE 1 Modelar situaciones o fenómenos mediante diferentes funciones
Instrucciones:

- El tiempo de desarrollo es de dos horas.
- Establecer un horario de trabajo, como si estuvieses en el colegio.
- Leer comprensivamente los contenidos presentes en esta guía.
- Interactuar con los ejemplos que se propone en este instrumento.
- Realizar en forma honesta y transparente la ejercitación y practica propuesta en esta guía.
- Seguir las sugerencias de material y herramientas adicionales propuestas en esta guía.
- Tener la confianza que durante este tiempo seguirás adquiriendo nuevos aprendizajes.

Funciones

En cursos anteriores has estudiado diversos tipos de funciones: función por tramos, función cuadrática, etc. Recordemos el concepto de función:

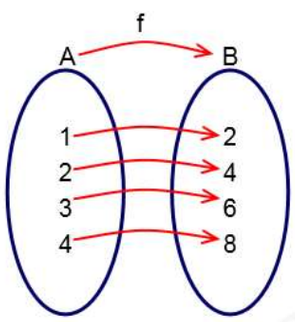
Una función es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A un único elemento f(x) de un conjunto B, donde A se conoce como dominio (dom(f)) de la función y B es el conjunto de llegada o codominio, además el conjunto de valores que la función puede tomar se conoce como imagen o recorrido (rec(f)).

Sean A y B conjuntos no vacíos. Una función de A en B es una relación que asigna a cada elemento **x** del conjunto **A uno y sólo un elemento y** del conjunto **B**.

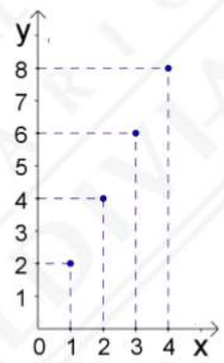
Se expresa como:

f: A $\rightarrow$ B

Se lee "f es una función de A en B" o y = f(x).



x	f(x) = y
1	f(1) = 2
2	f(2) = 4
3	f(3) = 6
4	f(4) = 8



y es la **imagen** de **x** mediante **f**, y **x** es la **pre-imagen** de **y**.

Dominio: es el conjunto de todos los valores (A) para los cuales está definida la función. Se denota **Dom f.** (conjunto de las pre-imágenes)

Codominio: Es el conjunto al cual pertenecen los valores posibles de f(x). Se denota **Codom f**. o conjunto de llegada (B).

Recorrido: Es el conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente (**y**). Se denota **Rec f.** (conjunto de las imágenes)

OBSERVACIÓN:

- **x** se denomina variable independiente.
- **y** se denomina variable dependiente.

Recordaremos como determinar el recorrido de una función …

Ejemplos

1. Se define $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$. ¿Cuál es el dominio y recorrido de la función?

- Para el dominio debe ocurrir que el denominador sea distinto de cero, es decir, $x^2 + 1 \neq 0$, pero no existe $x \in \mathbb{R}$, tal que $x^2 + 1 = 0$, luego $Dom(f) = \mathbb{R}$.
- **Para determinar el recorrido debemos despejar la variable "x" y desde ahí analizar.**

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1}$$ **dejaremos** $f(x) = y$

$$y = \frac{1}{x^2+1}$$ **comenzamos a despejar**

$$(x^2 + 1) \cdot y = 1$$ **multiplicamos por el binomio que está en el denominador**

$$x^2y + y = 1$$ **resolvemos el producto**

$$x^2y = 1 - y$$

$$x^2 = \frac{1-y}{y}$$

$$x = \sqrt{\frac{1-y}{y}}$$

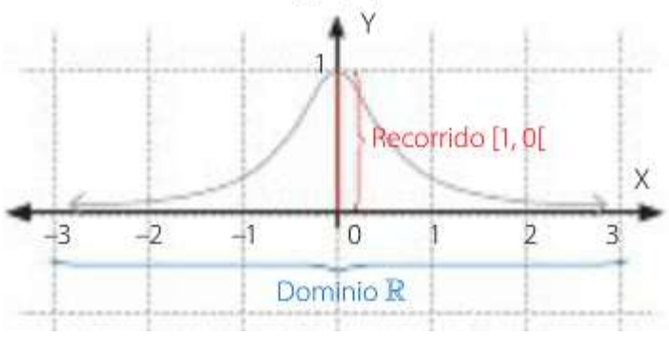
- Para el recorrido $y = \frac{1}{x^2+1}$, se tiene que $x = \sqrt{\frac{1-y}{y}}$, es decir, $\frac{1-y}{y} \geqslant 0, y \neq 0$.

Al resolver la inecuación se tienen los casos que:

$1 - y \geqslant 0 \wedge y > 0 \Rightarrow 1 \geqslant y > 0$ $\quad$ $1 - y \leqslant 0 \wedge y < 0 \Rightarrow$ No existe solución.

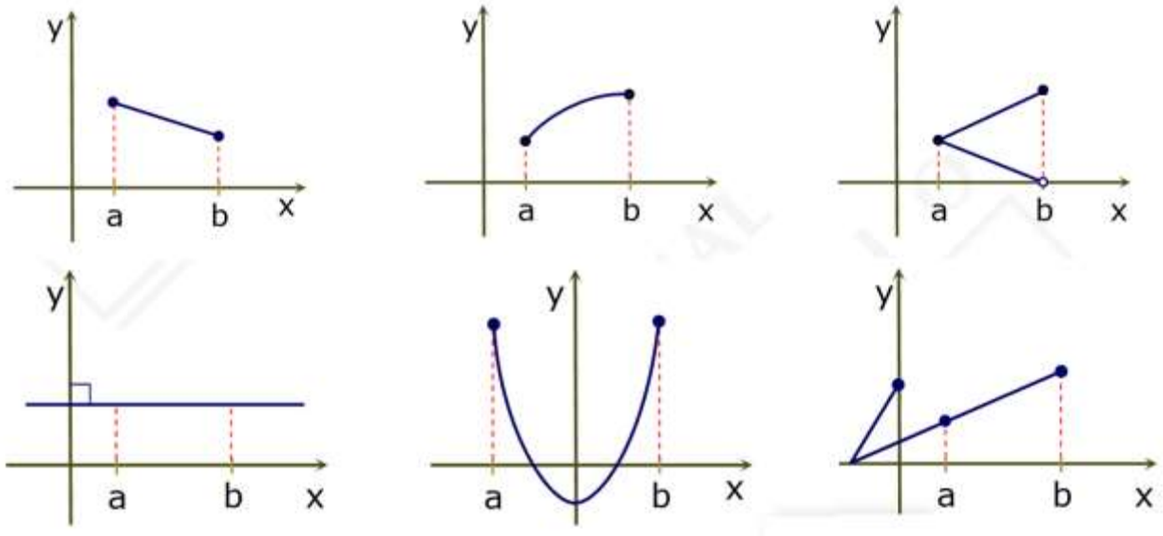
Luego, $Rec(f) = [1, 0[$

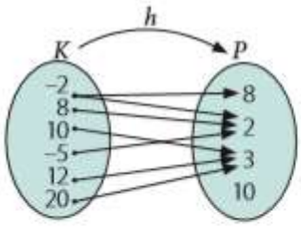
El gráfico de $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ es el siguiente:

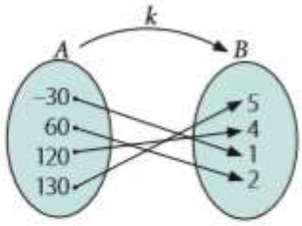


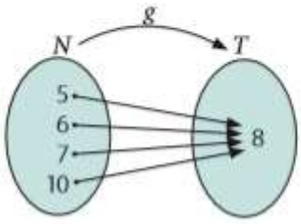
Practicando lo aprendido

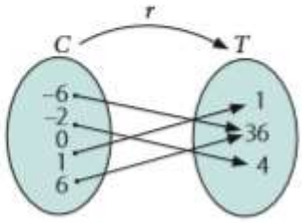
1. Dados los siguientes gráficos indique si es o no es una función en el intervalo $[a, b]$, justifique su respuesta.











3. Completa cada una tabla de 5 valores, como muestra el ejemplo, para las siguientes funciones. Recuerda respetar el dominio de cada una de ellas,

x	$f(x) = x + 1$	$y = f(x)$
x = -10	$f(-10)$ = -10 +1 = -9	y = -9
-8		
-5		
0		
2		
5		

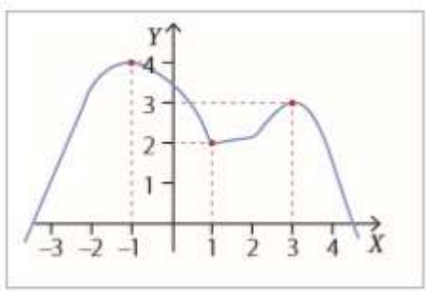
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 1$

$h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, h(x) = x^2 + 1$

$p: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, p(x) = 2 - x$

$f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}, f(x) = \sqrt{x^2}$

4. Si f(x) es la función representada en el gráfico de la figura adjunta, determinar



a. La imagen de 3

b. La pre-imagen de 4

c. $f(1) =$

d. $Dom\ f$

e. $Rec\ f$

5. Determina Dominio y recorrido de cada una de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 1} \qquad q(x) = \frac{x + 2}{x^2 + 10x + 25}$$

$$p(x) = \frac{1 - x^2}{x + 1} \qquad h(x) = 6 + \frac{3}{\sqrt{x - 1}}$$

Al estudiar las diferentes funciones de variable real, se puede apreciar que algunas de ellas tienen ciertas características comunes, ya sea en su representación algebraica o en su gráfico.

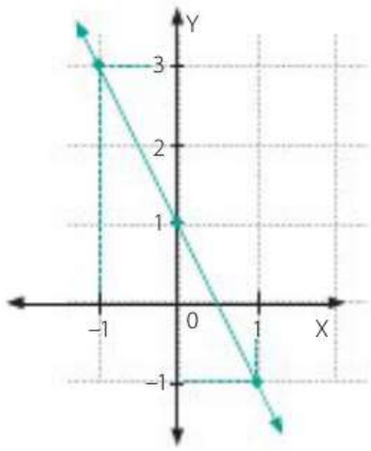
Función afín

La función afín se define por **f(x) = mx + n**, donde m, n $\in \mathbb{R} - \{0\}$. Su gráfico corresponde a una recta de pendiente **m** e intersecta el eje de las ordenadas en el punto **(0, n)**.

Ejemplo

Se graficará la función f(x) = –2x + 1. Debido a que el gráfico es una recta, se construirá una tabla con algunos valores, para luego ubicarlos en el plano cartesiano.

x	y = f(x) = –2x + 1	(x, y)
–1	–2 · –1 + 1 = 3	(–1, 3)
0	–2 · 0 + 1 = 1	(0, 1)
1	–2 · 1 + 1 = –1	(1, –1)

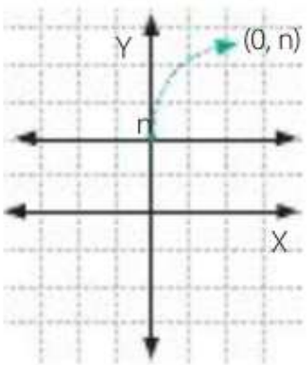


De lo anterior se tiene que: Dom(f) = $\mathbb{R}$ y Rec(f) = $\mathbb{R}$.

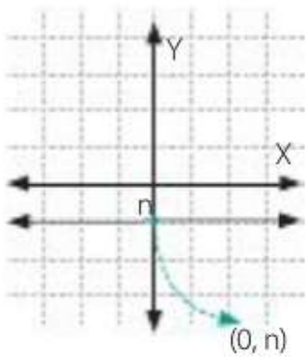
Respecto de la función **f(x) = mx + n**, se tienen los siguientes casos:

- Si **m = 0**, y **n** $\in \mathbb{R}$, la función quedaría expresada como **f(x) = n**, que corresponde a una función constante. Su gráfica es una recta perpendicular al eje de las ordenadas, que lo intersecta en el punto (0, n).

Si n > 0, su gráfico es:



Si n < 0, su gráfico es:

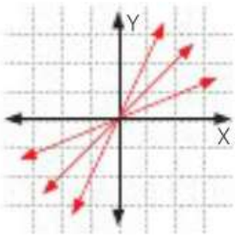


Si **n = 0**, se tiene una recta coincidente con el eje de las abscisas.

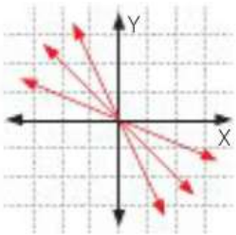
En el caso de la **función constante**, se tiene que Dom(f) = $\mathbb{R}$ y que Rec(f) = {n}.

- Si $m \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $n = 0$, corresponde a una función lineal **$f(x) = mx$**. Omitiendo los ejes coordenados, su gráfica representa a todas las rectas que pasan por el punto (0, 0). Se muestran algunos ejemplos de gráficos.

Si $m > 0$.



Si $m < 0$.



Respecto de la función lineal, se tiene que $Dom(f) = \mathbb{R}$ y que $Rec(f) = \mathbb{R}$.

En síntesis

- La **función afín** $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ está definida por: **$f(x) = mx + n$**, con $m, n \in \mathbb{R} - \{0\}$.
- La **función constante** $f: \mathbb{R} \to \{n\}$ está definida por: **$f(x) = n$**, con $n \in \mathbb{R}$.
- La **función lineal** $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ está definida por: **$f(x) = mx$**, con $m \in \mathbb{R} - \{0\}$. Si $m = 1$, se conoce como **función identidad** y tiene la forma **$f(x) = x$**.

Practicando lo aprendido

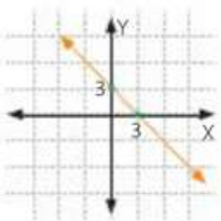
Observa las siguientes funciones y luego encuentra el valor pedido en cada caso.

$f(x) = 3x - 5$ $g(x) = 5x$ $h(x) = x$ $w(x) = 5$

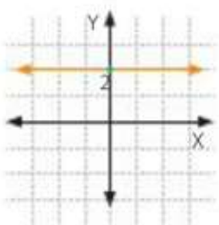
1. $f(7)$
2. $g(2)$
3. $h(\sqrt{5})$
4. $\dfrac{f(5) + w(\pi)}{g(3)}$
5. $w(3,5)$
6. $f(4) - h(4)$
7. $g(0,2) - h(1)$
8. $\dfrac{h(2) + w(e)}{g(5) - f(0,\overline{3})}$

Escribe de manera algebraica la función representada en cada gráfico.

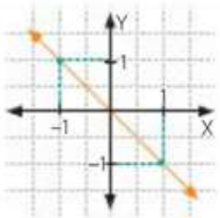
9.



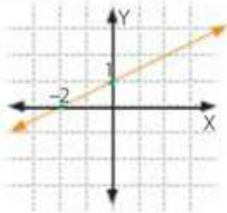
10.



11.



12.



Grafica cada una de las siguientes funciones.

13. $f(x) = x - 2$ **14.** $g(x) = 5x$ **15.** $p(x) = 1$ **16.** $j(x) = 2x - 5$

La tabla que se muestra relaciona el tiempo en horas con la distancia en kilómetros que recorre un determinado móvil.

Tiempo	1	2	3	4	5	6
Distancia	10	20	30	40	50	60

17. Determina la función que representa los valores registrados en la tabla.

Estudiante, para profundizar pueden utilizar los siguientes recursos:

- Texto del estudiante, desde la página 78 a la 89. Lo puedes descargar en el link https://drive.google.com/drive/folders/1POJnB7EgU-LTd0kdvXDQwLc4ZARNLKA6

- Visitar el canal de youtube UNICOS en los links

  https://www.youtube.com/watch?v=hkLnRAgdQ-0&list=PLOa7j0qx0jgN7IJEtLJ1EJpXa5MmzUVrX

  https://www.youtube.com/watch?v=bnzhk-c42C4&list=PLOa7j0qx0jgN7IJEtLJ1EJpXa5MmzUVrX&index=14&t=0s

  https://www.youtube.com/watch?v=GicNW6V9CeU&list=PLOa7j0qx0jgN7IJEtLJ1EJpXa5MmzUVrX&index=15&t=0s

  https://www.youtube.com/watch?v=ooZRj7_lPrQ&list=PLOa7j0qx0jgN7IJEtLJ1EJpXa5MmzUVrX&index=12&t=0s

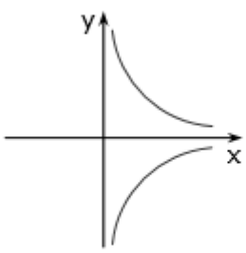
  https://www.youtube.com/watch?v=PS4xnU3f0kU&list=PLOa7j0qx0jgN7IJEtLJ1EJpXa5MmzUVrX&index=3&t=0s

Resolvamos y nos evaluamos

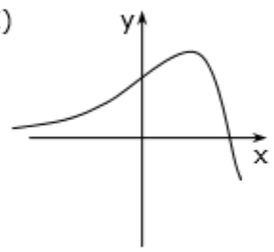
Desafío PSU

1. ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos es (son) función(es)?

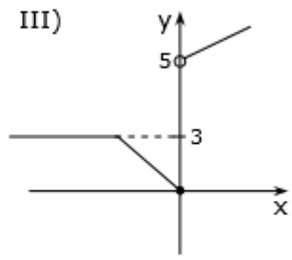
I)



II)



III)



A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

2. De acuerdo con el gráfico de la figura 1, ¿cuál de las siguientes relaciones es incorrecta?

A) f(0) = 2
B) f(1) = f(4)
C) f(1) + f(3) = f(-1)
D) f(0) + f(3) = f(-1)
E) f(1) – f(4) = f(2)

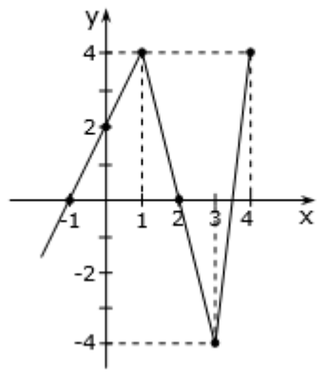
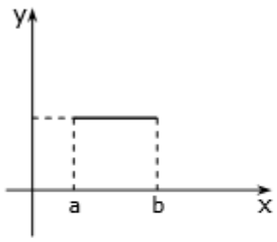


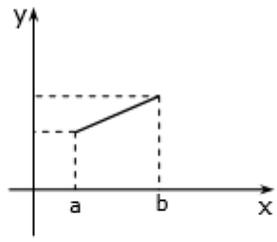
fig. 1

3. De los siguientes gráficos, ¿cual(es) de ellos define(n) una función para $a \leq x \leq b$?

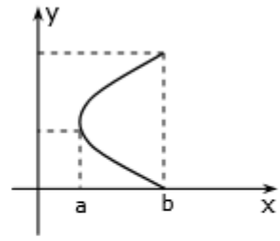
I)



II)



III)



A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

4. En el gráfico de la figura 2, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $f(-4) = f(0)$
II) $f(1) = 1$
III) $f(-5) - f(-3) = 0$

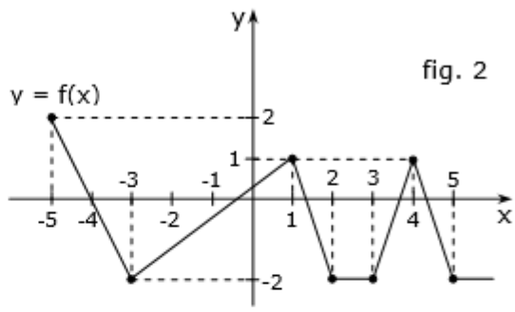


fig. 2

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

5. De acuerdo al gráfico de la función g(x) definida en el intervalo [-3, 2] de la figura 3, ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) g(x) es una función discontinua.
II) Dom g = [-3, 2]
III) Rec g = [-2, 3]

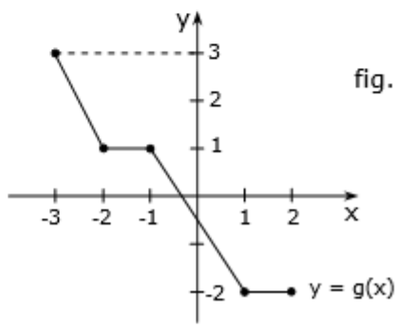


fig. 3

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

SOLUCIONARIO PSU

1	2	3	4	5
D	D	C	B	D