Colegio Santa María de Maipú
Departamento de Matemática

GUÍA DE AUTOAPRENDIZAJE Nº3
MATEMÁTICA IV°MEDIO

Nombre_____ **Curso:**_____ **Fecha:** _____

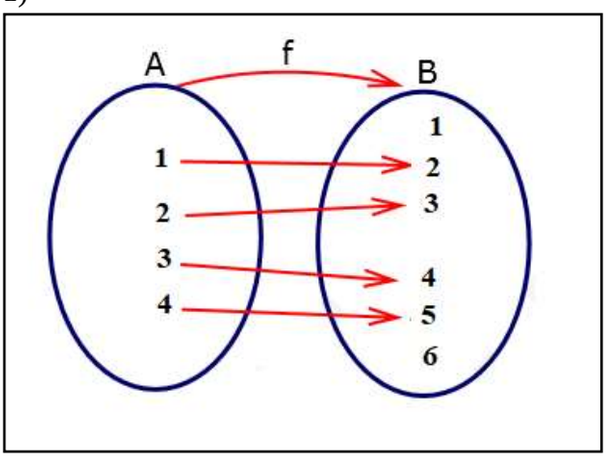
Objetivo de Aprendizaje:
OA 3: Determinar inversa de una función, dada que sea invertible.

Instrucciones:
"El desarrollo de las guías de autoaprendizaje puedes imprimirlas y archivarlas en una carpeta por asignatura o puedes solo guardarlas digitalmente y responderlas en tu cuaderno (escribiendo sólo las respuestas, debidamente especificadas, N° de guía, fecha y número de respuesta)"
Mail de consultas y dudas: *matematica.iv.smm@gmail.com*
Debes ir resolviendo esta guía en conjunto con el video que se encuentra en el link: https://youtu.be/gqS4hJ3duzg

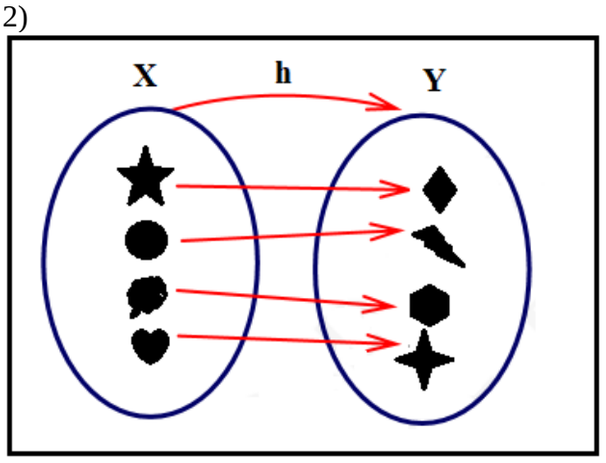
FUNCIÓN INYECTIVA O UNO A UNO

f es una función inyectiva o uno a uno si y solo si, cada elemento del recorrido de f tiene sólo una pre-imagen en el dominio de f, es decir, si a y b son elementos pertenecientes al dominio de f y a es distinto de b, entonces se cumple que $f(a) \neq f(b)$.

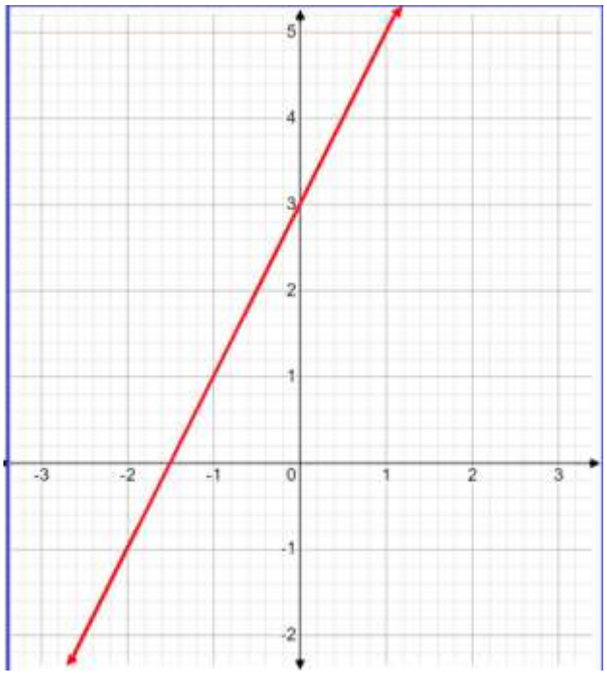
EJEMPLOS
1)



2)

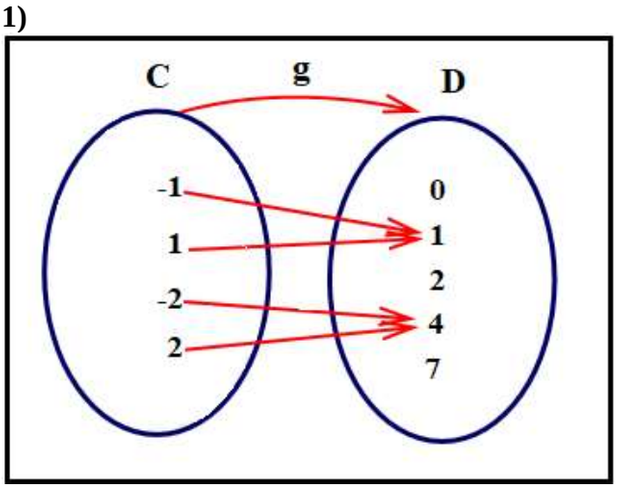


3) $f(x) = 2x + 3$

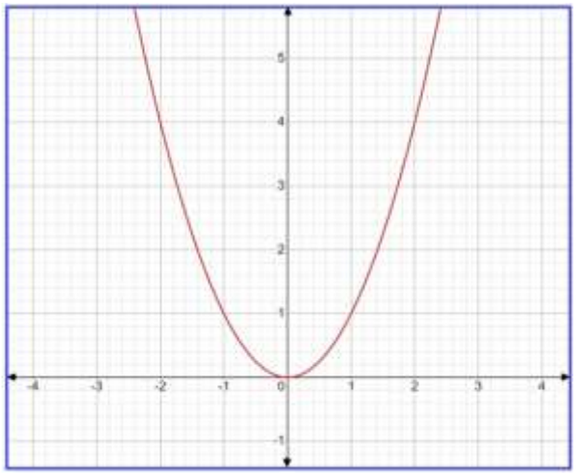


CONTRA EJEMPLOS

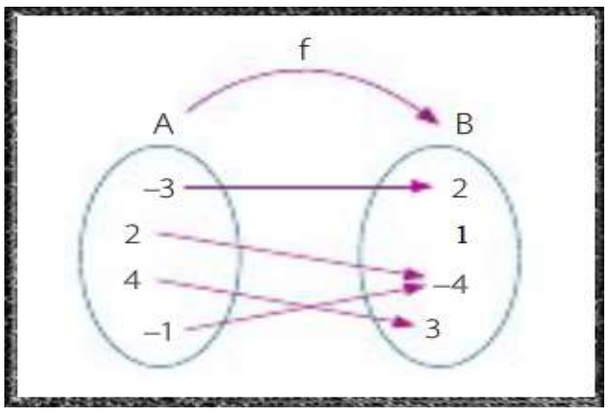
1)

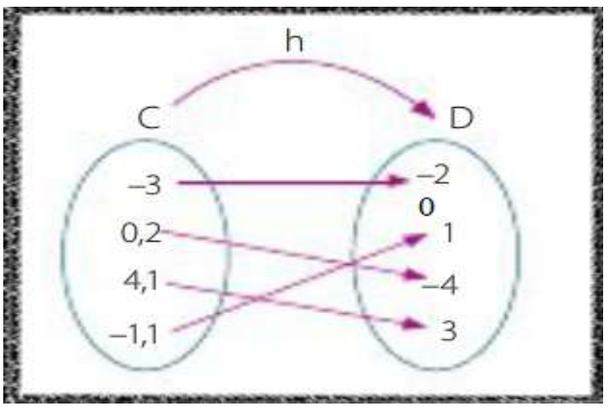


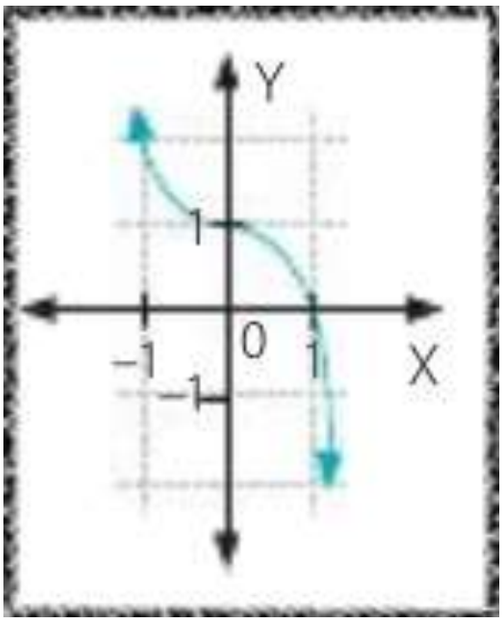
2) $f(x) = x^2$

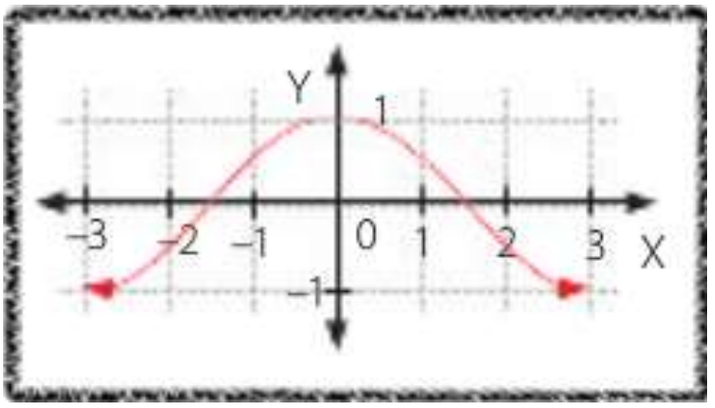


MIDE TU PROGRESO









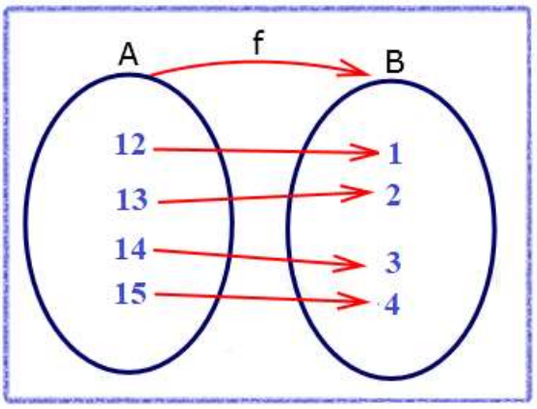
$$p(x) = -x^2 + 3$$

FUNCIÓN EPIYECTIVA O SOBREYECTIVA

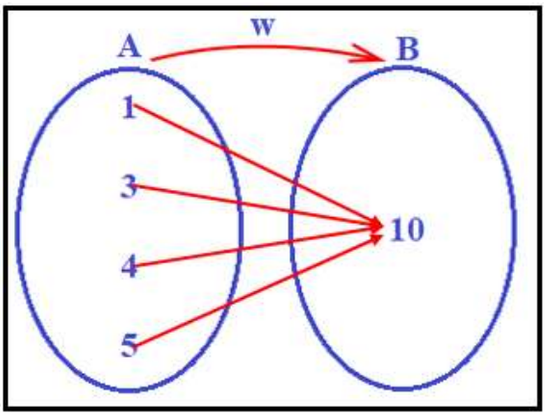
f es una función epiyectiva o sobreyectiva si y solo si, el codominio (conjunto de llegada) es igual al recorrido.

Veamos algunos ejemplos

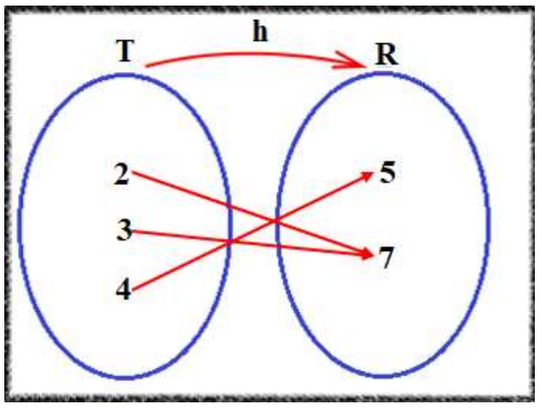
1)



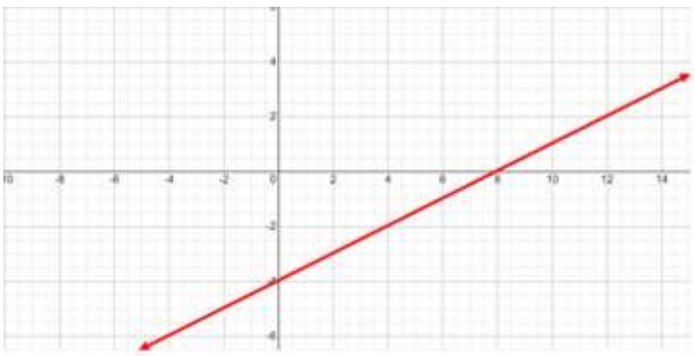
2)



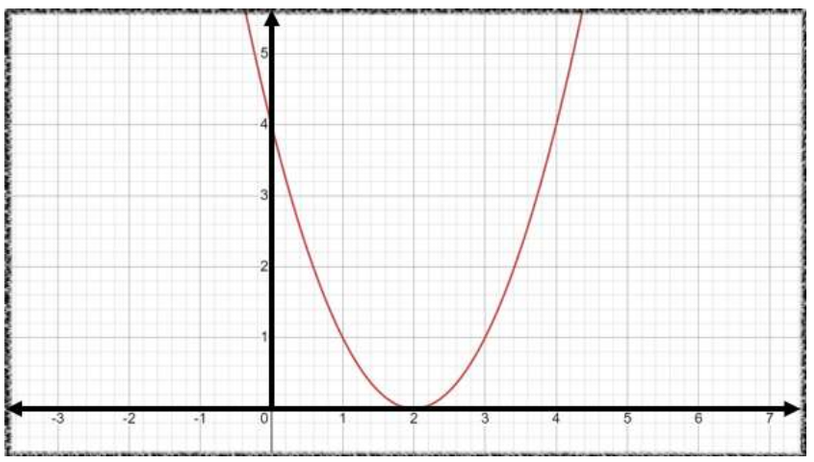
3)



4) $\textbf{Sea } f: \mathbf{R} \to \boldsymbol{R} \ / f(x) = \frac{1}{2}x - 4$

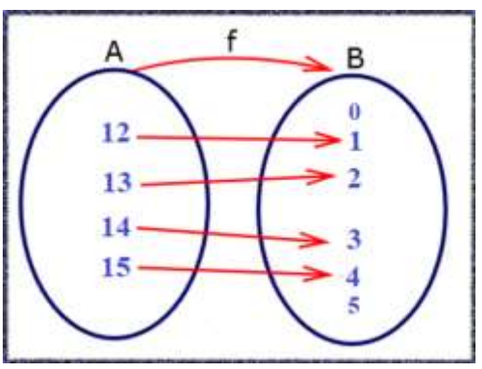


5) $\boldsymbol{Sea}\ f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_0^+ / f(x) = (x-2)^2$



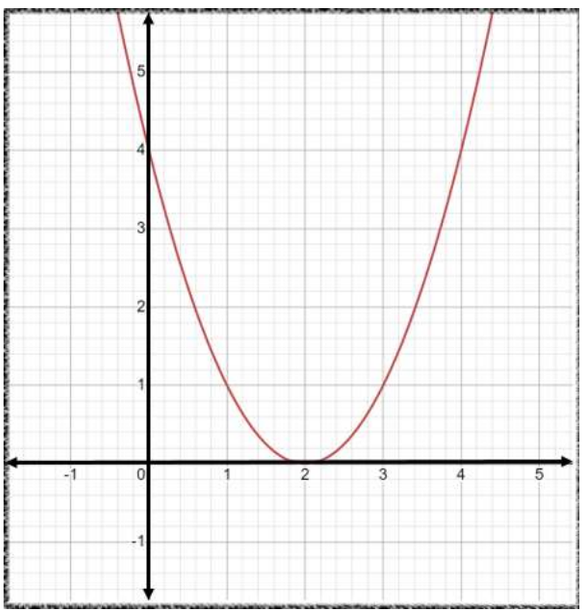
Veamos algunos contra-ejemplos

1)

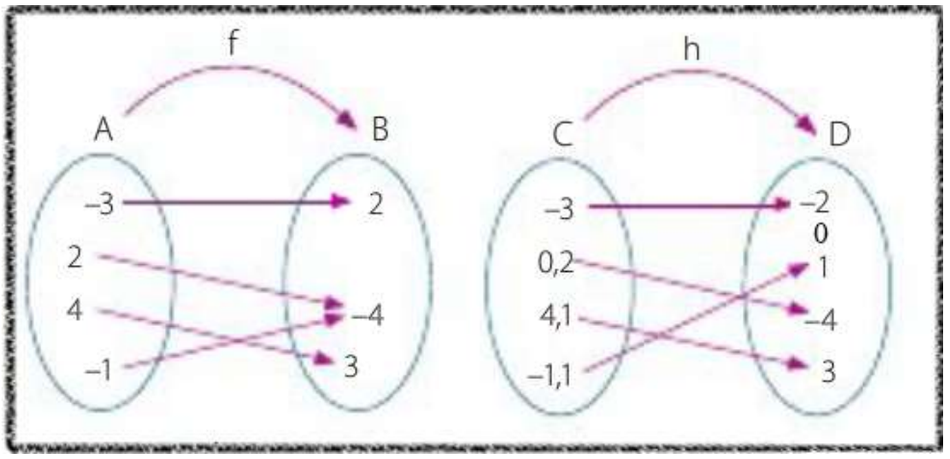


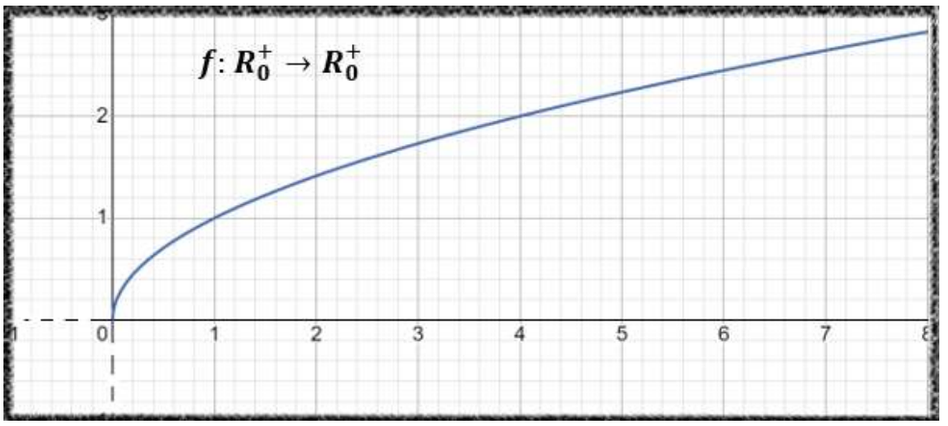
2)

$\boldsymbol{Sea}\ f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} / f(x) = (x-2)^2$



Mide tu progreso…

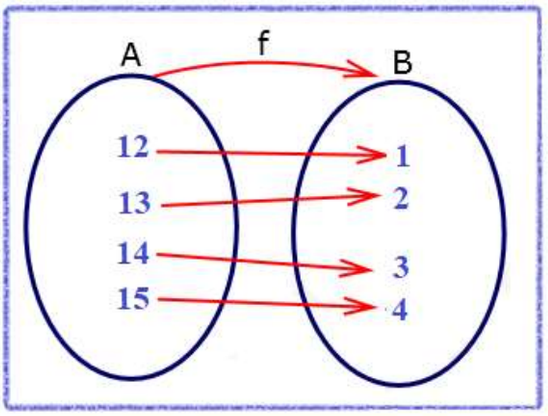




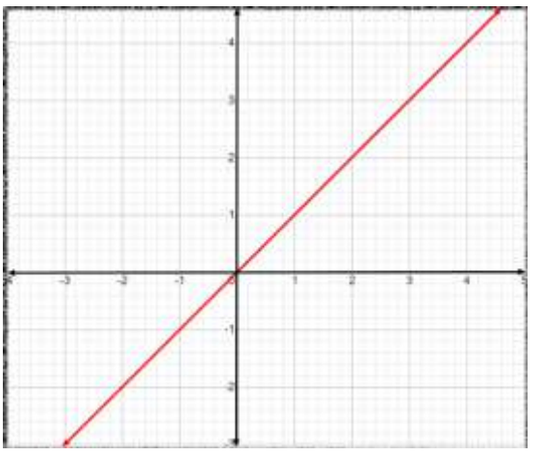
$$g: R \to]-\infty, -3] \ / \ g(x) = -(x-1)^2 - 3$$

FUNCIÓN BIYECTIVA

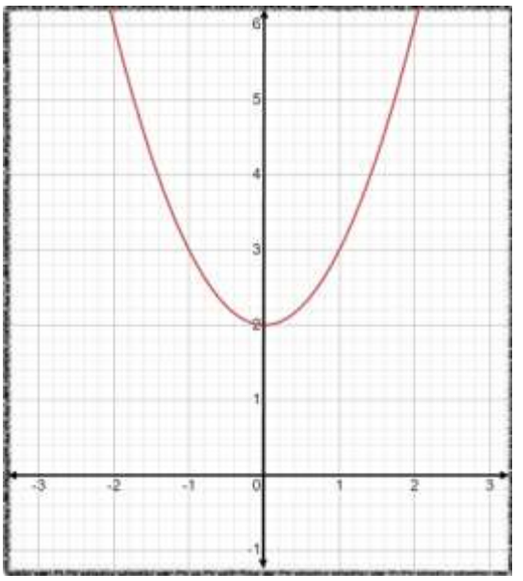
f es una función Biyectiva si y solo si, es inyectiva y sobreyectiva a la vez



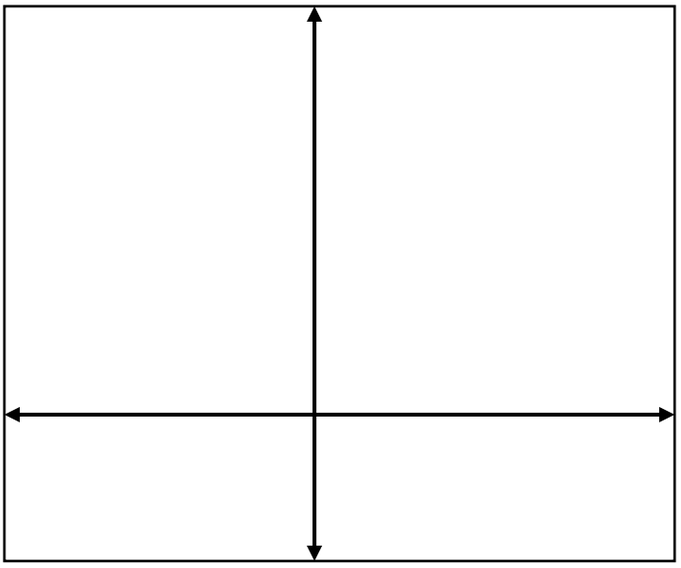
$$Sea\ f: R \to R / f(x) = x$$



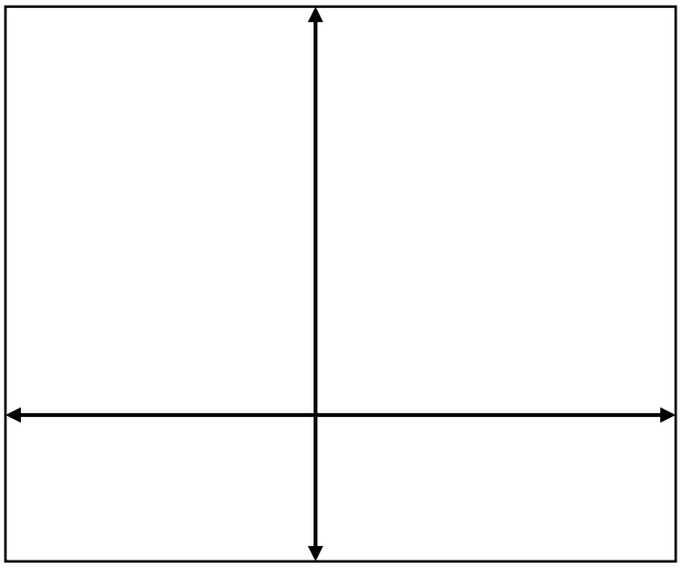
Analicemos una función cuadrática $Sea\ f: R \to R\ /\ f(x) = x^2 + 2$



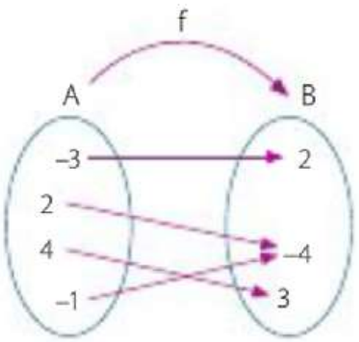
Redefinir una función $\boldsymbol{Sea\ f: R_0^+ \rightarrow R\ /\ f(x) = x^2 + 2}$

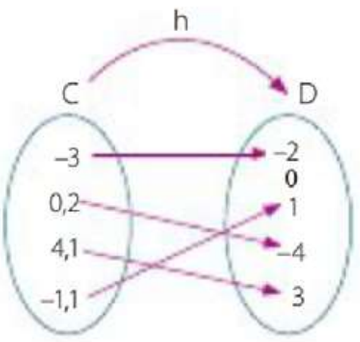


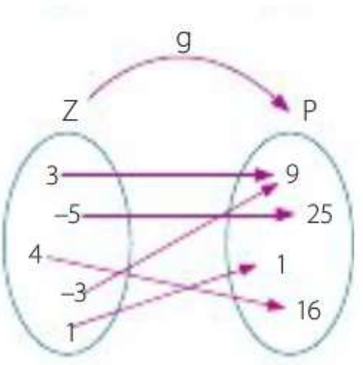
Redefinir una función $\boldsymbol{Sea\ f: R_0^+ \rightarrow [2, +\infty[\ /\ f(x) = x^2 + 2}$



Mide tu progreso…

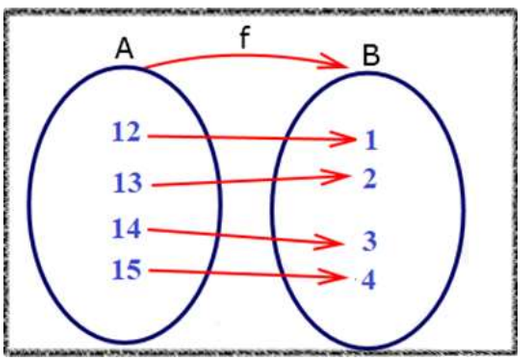


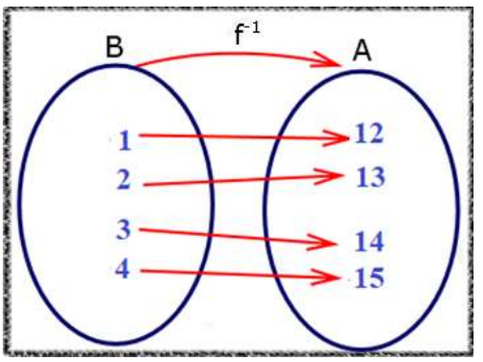




FUNCIÓN INVERSA

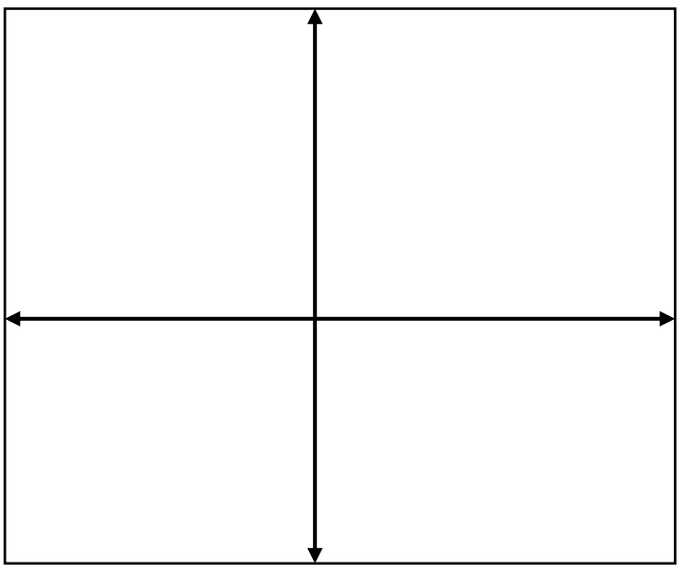
Si $f: A \rightarrow B$ es Biyectiva , entonces existe una función $f^{-1}: B \rightarrow A$, denominada función inversa de f.



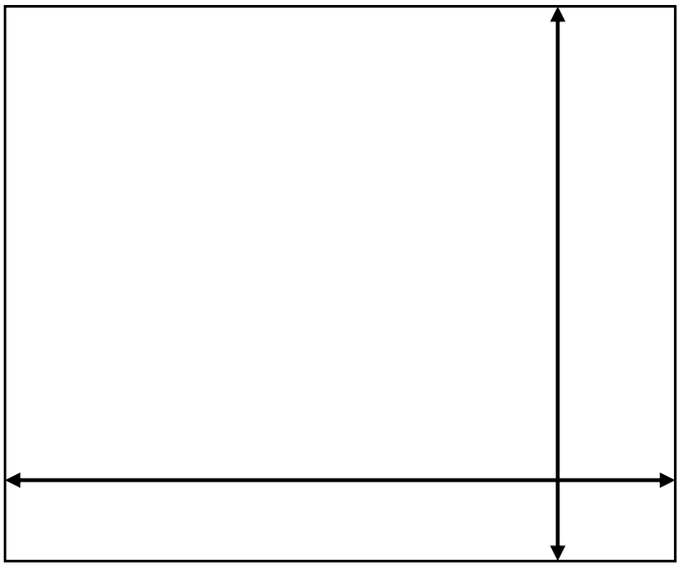


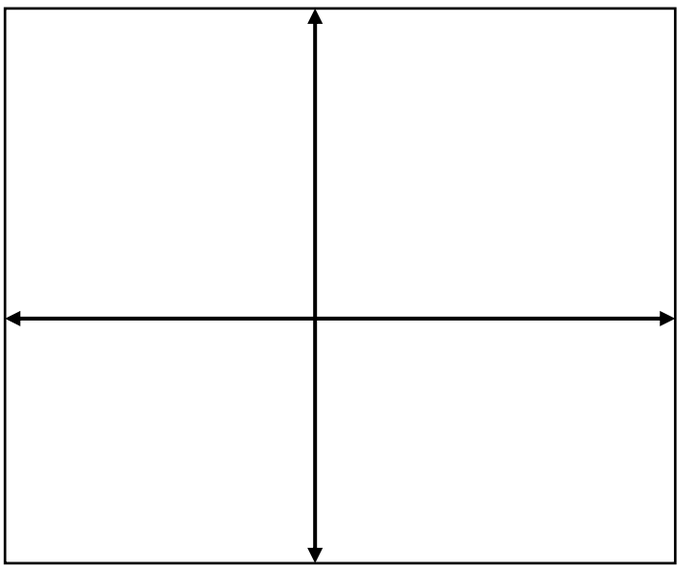
Ejemplos

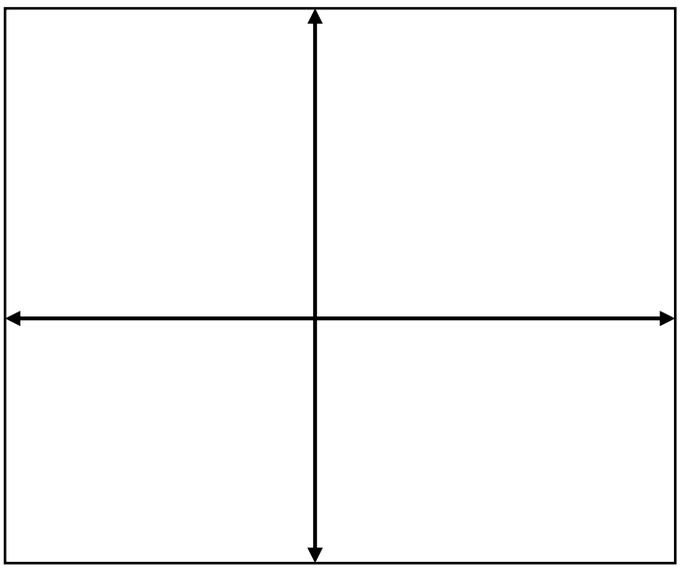
$$\boldsymbol{Sea:\ f(x) = x + 3}$$



$\boldsymbol{Sea\ g}: \ ]-\mathbf{5}, +\infty] \rightarrow [\mathbf{1}, +\infty[\ \boldsymbol{/}\ \boldsymbol{g(x)} = \boldsymbol{(x+5)^2+1}$



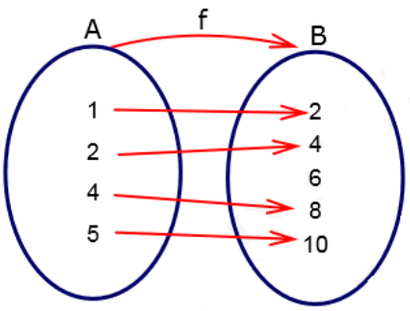




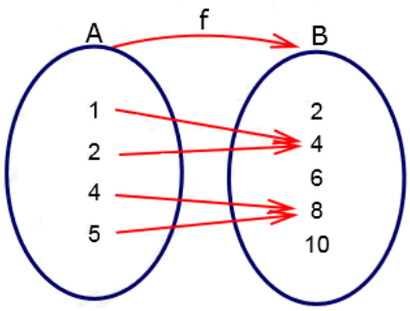
Ejercitación

1. Identifique cuál o cuales de las siguientes funciones son inyectivas

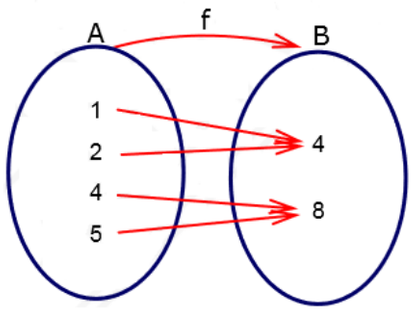
I.



II.



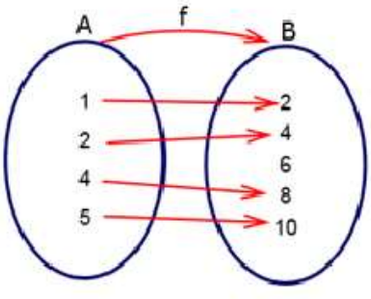
III.



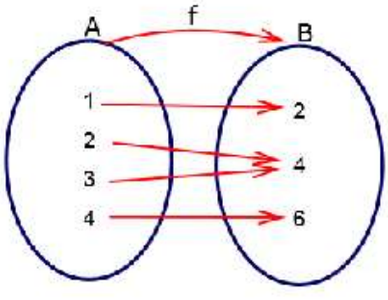
A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo II y III
E) I, II y III

2. Identifique cuál o cuales de las siguientes funciones son sobreyectivas

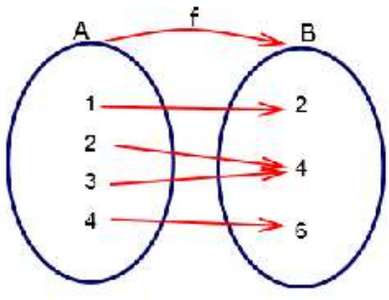
I.



II.



III.



A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo II y III
E) I, II y III

3. Sea $\boldsymbol{f}:]\mathbf{5}, \infty^{+}[\rightarrow \mathbb{R}$. Determine **dominio y recorrido** de $\boldsymbol{f^{-1}(x)}$**.**

A) $Dom\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}$ $\quad Rec\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}$
B) $Dom\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}$ $\quad Rec\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}^{+}$
C) $Dom\ \boldsymbol{f^{-1}}:]-\infty, 5[$ $\quad Rec\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}$
D) $Dom\ \boldsymbol{f^{-1}}:]4, \infty^{+}]$ $\quad Rec\ \boldsymbol{f^{-1}}:]\mathbf{5}, \infty^{+}[$
E) $Dom\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}$ $\quad Rec\ \boldsymbol{f^{-1}}:]\mathbf{5}, \infty^{+}[$

4. Sea f una funcion biyectiva, definida por $f(x) = 2x + 5$. Determine $\boldsymbol{f^{-1}(x)}$

A) $f^{-1}(x) = \frac{x-5}{2}$

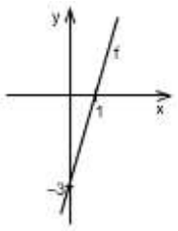
B) $f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$

C) $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{5}$

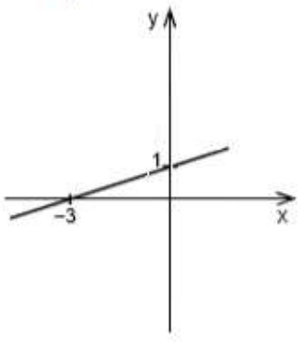
D) $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{5}$

E) $f^{-1}(x) = \frac{-x-2}{5}$

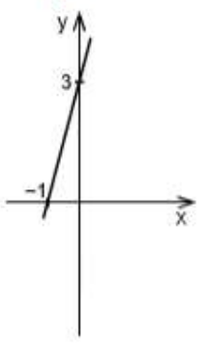
5. Si en la figura adjunta se representa la gráfica de la función $f(x)$, ¿cuál de los gráficos presentados en las opciones representa la gráfica de $f^{-1}(x)$?



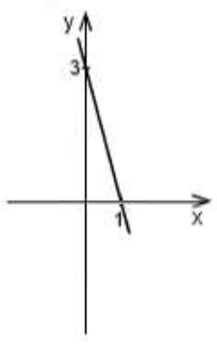
A)



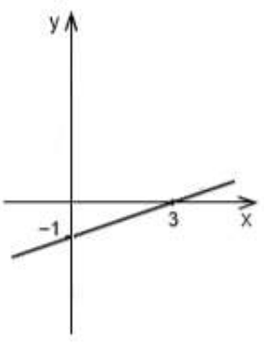
B)



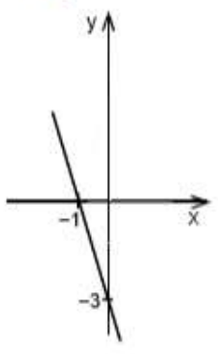
C)



D)



E)



6. Dada la función $f(x) = 3x - 4$, detrmine su inversa ($f^{-1}(x)$).

A) $f^{-1}(x) = 3x + 4$
B) $f^{-1}(x) = 4x - 3$
C) $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{4}$
D) $f^{-1}(x) = \frac{4x}{3}$
E) $f^{-1}(x) = \frac{x+4}{3}$

7. Sea la función f biyectiva, definida por $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$.
Determine **dominio y recorrido** de $\boldsymbol{f^{-1}(x)}$**.**

A) $Dom\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}$ $Rec\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}$
B) $Dom\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}$ $Rec\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}^+$
C) $Dom\ \boldsymbol{f^{-1}}: [-2, \infty^+[$ $Rec\ \boldsymbol{f^{-1}}: [4, \infty^+[$
D) $Dom\ \boldsymbol{f^{-1}}:]4, \infty^+]$ $Rec\ \boldsymbol{f^{-1}}:]\boldsymbol{-2}, \infty^+[$
E) $Dom\ \boldsymbol{f^{-1}}: \mathbb{R}$ $Rec\ \boldsymbol{f^{-1}}:]\boldsymbol{2}, \infty^+[$

8. Conteste verdadero (V) o falso (F) a las siguientes afirmaciones.

a. ___ Si f(x) tiene inversa entonces f es biyectiva.

b. ___ Si f(x) es sobreyectiva entonces f tiene inversa.

c. ___ Si f es biyectiva entonces f tiene inversa.

d. ___ $f(x) = 2x$ es una función inyectiva.

e. ___ $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2$ es epiyectiva.

f. ___ La función inversa de $f(x) = x$ es $f^{-1}(x) = x$.

g. ___ Si el recorrido de la función f es igual a su codominio entonces f tiene inversa.

h. ___ Las funciones lineales tienen inversa.

i. ___ Las funciones afines tienen inversa.

j. ___ Si todas las rectas paralelas al eje x interceptan a la gráfica de una función f en exactamente un punto entonces f es inyectiva.

k. ___ Si todas las rectas paralelas al eje y interceptan a la gráfica de una función f entonces f es biyectiva

l. ____ Si f(x) es una función que tiene inversa entonces el gráfico de $f^{-1}(x)$ es simétrico a f(x) con respecto a la recta $y = x$.

9. Dadas las siguientes funciones biyectivas, determine sus respectivas funciones inversas, realice su composición para comprobar y grafíquelas juntas (Para graficar la c, te puedes ayudar en la pagina https://www.mathway.com/es/Graph)

a) $\boldsymbol{f(x) = 5x - 3}$

b) $\boldsymbol{g(x) = \frac{3}{5}x + 2}$

c) $\boldsymbol{h(x) = \frac{1}{x} + 1\ , x \neq 0}$

d) $\boldsymbol{p(x) = \frac{x-3}{5}}$

Recuerda enviar tus dudas a matematica.iv.smm@gmail.com