Colegio Santa María de Maipú
Departamento de Matemática y Física

RETROALIMENTACIÓN

GUÍA Nº9 MATEMÁTICA IV°MEDIO

1. Si a, b y c son números reales, con $b > c > a$ y $c \neq 0$, entonces conteste verdadero (V) ó falso (F) a las siguientes afirmaciones

$a.$___ $b - a > c - a$
$b.$___ $a + c > c + b$
$c.$___ $b - 10 > a - 10$
$d.$___ $a - c < 0$
$e.$___ $c - b > a - b$
$f.$ ___ $ac < bc$
$g.$___ $ac > bc$
$h.$___ $a + b > a + c$
$i.$ ___ $ab > ac$
$j.$___ $ab < ac$

1.	a. V	b. F	c. V	d. V	e. V	f. F	g. F	h. V	i. F	j. F

2. Si $0 < x < 1$, entonces conteste verdadero (V) ó falso (F) a las siguientes afirmaciones

$a.$___ $x^2 < 1$
$b.$___ $x^3 < x^2$
$c.$___ $0 > -x^2$
$d.$___ $x^3 - x^2 > 0$
$e.$___ $x(x + 1) > 0$
$f.$ ___ $-x < -1$
$g.$___ $x^{-1} > 1$
$h.$___ $x^{-1} > x^{-2}$
$i.$ ___ $5x > 5x^{-1}$
$j.$___ $x^2 > x^{-2}$

2.	a. V	b. V	c. V	d. F	e. V	f. F	g. V	h. F	i. F	j. F

1. La gráfica 

, representa al conjunto solución

1. $\{x \in \mathbb{R} \ / \ -2 < x \leq 4\}$

2. La representación gráfica del conjunto solución de la inecuación, que cumple con $x \leq 7$ y $x > 3$ es

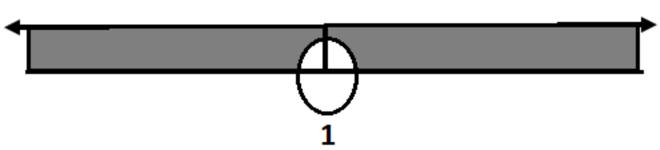
2. 

Determine el conjunto solución de los siguientes sistemas

i) $4(x + 1) < 4 + 3x$
ii) $2x + 1 > \dfrac{3x + 2}{2}$

i) $4x + 4 < 4 + 3x$
$4x - 3x < 0$
$x < 0$

ii) $4x + 2 > 3x + 2$
$4x - 3x > 2 - 2$
$x > 0$



Luego el sistema No tiene solución puesto que su conjunto solución es vacío ({∅})

$x \in]3,5]$

i) $2x + 1 > x + 4$
ii) $3x + 5 \leq 2(x + 5)$

i) $2x - x > 4 - 1$
$x > 3$

ii) $3x + 5 \leq 2x + 10$
$3x - 2x \leq 10 - 5$
$x \leq 5$

El intervalo solución del sistema $-18 < 2x < 26$ es

$x \in]-9,13[$

i) $-18 < 2x$
ii) $2x < 26$

i) $-18 < 2x$
$-\frac{18}{2} < x$
$-9 < x$

ii) $2x < 26$
$x < 13$

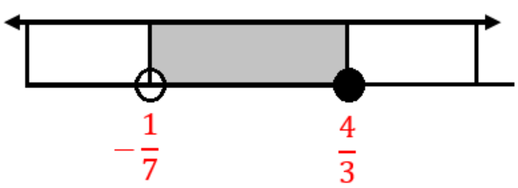
El intervalo solución de $x - 4 < -2x \leq \frac{1 + x}{3}$ es

$x \in \left]-\frac{1}{7}, \frac{4}{3}\right]$

i) $x - 4 < -2x$
ii) $-2x \leq \frac{1 + x}{3}$

i) $x + 2x < 4$
$3x < 4$
$x < \frac{4}{3}$

ii) $-6x \leq 1 + x$
$-7x \leq 1$
$x \geq -\frac{1}{7}$



PREGUNTA 25 MODELO DEMRE 2020

RESOLUCIÓN

Para determinar el conjunto solución del sistema planteado en el enunciado se debe resolver cada una de las inecuaciones y luego, intersectar los conjuntos solución obtenidos.

De esta manera, para la resolución de ambas inecuaciones hay que considerar que $0 < a < b$, luego:

$ax + b > 0$

$ax > -b$ — Sumando $-b$ en ambos lados de la desigualdad

$x > -\frac{b}{a}$ — Multiplicando por $\frac{1}{a}$ en ambos lados de la desigualdad, con $a > 0$

$a + bx < 0$

$bx < -a$ — Sumando $-a$ en ambos lados de la desigualdad

$x < -\frac{a}{b}$ — Multiplicando por $\frac{1}{b}$ en ambos lados de la desigualdad, con $b > 0$

Ahora, para determinar la intersección de los conjuntos solución de las inecuaciones se pueden representar estos conjuntos en la recta numérica, teniendo en consideración que si $0 < a < b$, se tiene $-\frac{b}{a} < -\frac{a}{b}$.

$x > -\frac{b}{a}$	$x < -\frac{a}{b}$
	

$-\frac{b}{a} < x < -\frac{a}{b}$

Así, el conjunto solución del sistema está representado en el intervalo $\left]-\frac{b}{a}, -\frac{a}{b}\right[$, el cual se encuentra en la opción B).

PREGUNTA 25 MODELO DEMRE 2019

RESOLUCIÓN

Para encontrar el conjunto solución del sistema de inecuaciones planteado en la pregunta, se debe obtener el conjunto solución de cada inecuación, para luego intersectarlos.

Así, al resolver la primera inecuación del sistema se tiene:

$5x + 3 < x$

Sumando $-x$ y -3 en ambos lados de la desigualdad y reduciendo términos

$4x < -3$

Multiplicando por $\frac{1}{4}$ en ambos lados de la desigualdad

$x < -\frac{3}{4}$

Ahora, para resolver la segunda inecuación del sistema,

> **Recuerde que**:
> al multiplicar ambos miembros de una desigualdad por un número real negativo, el sentido de la desigualdad se invierte. Por ejemplo, si $a > b$ y $c < 0$, entonces $ac < bc$.

De esta manera, se tiene que:

$4 - 3x > 12$

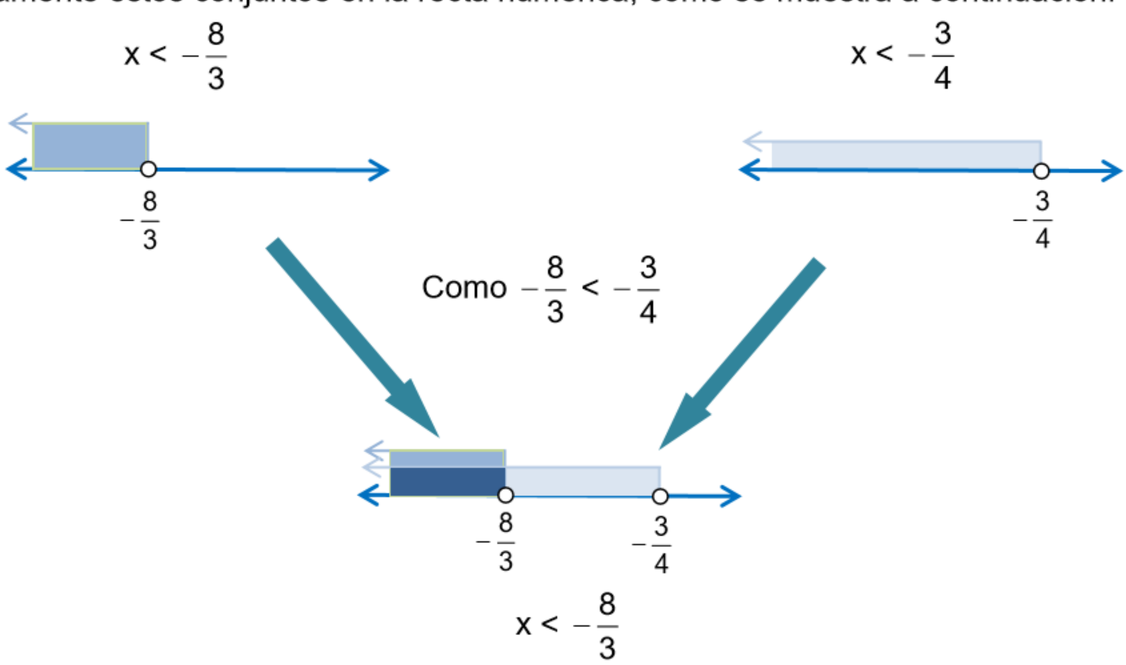
Sumando -4 en ambos lados de la

$-3x > 8$

Multiplicando por $-\frac{1}{3}$ en ambos lados de la desigualdad

$x < -\frac{8}{3}$

Por último, para determinar la intersección entre los conjuntos soluciones se representarán gráficamente estos conjuntos en la recta numérica, como se muestra a continuación:



Como el conjunto solución del sistema es la intersección de los conjuntos soluciones de las inecuaciones que lo componen, entonces la solución es $x < -\frac{8}{3}$, que al ser escrito como intervalo queda $\left]-\infty, -\frac{8}{3}\right[$, el cual se encuentra en la opción A).

PREGUNTA 26 MODELO DEMRE 2019

RESOLUCIÓN

En este ítem se analizará la veracidad de cada una de las relaciones dadas en I), en II) y en III). Teniendo en consideración que m y n son números reales positivos, tal que m > n, se cumple que:

- $m + n > 0$
- $m - n > 0$
- $m + n > m - n$

De esta manera, la relación dada en I) es verdadera, debido a que como el numerador y el denominador de $\dfrac{m+n}{m-n}$ son números positivos, y el numerador es mayor que el denominador, se tiene que $\dfrac{m+n}{m-n} > 1$.

Para determinar la veracidad de la relación dada en II),

Recuerde que:
- si $a < b$, entonces $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$
- si $a > b$ y $c < 0$, entonces $ac < bc$

Como m > n se cumple que $\dfrac{1}{m} < \dfrac{1}{n}$, luego multiplicando por -1 en ambos lados de la desigualdad se tiene que $-\dfrac{1}{m} > -\dfrac{1}{n}$, por lo que la relación dada en II) es falsa.

Ahora, en III) se tiene la expresión $\dfrac{1}{n-m}$, donde el numerador es un número positivo y el denominador es un número negativo, pues m > n, con n y m números reales positivos.

Luego, dicha fracción es menor que cero, por lo que la relación dada en III) es verdadera.

Del análisis anterior, se tiene que las relaciones dadas en I) y en III) son verdaderas, por lo que la clave es D).

PREGUNTA 25 MODELO DEMRE 2018

RESOLUCIÓN

Para dar respuesta al ítem se puede operar en los números reales, así, si se considera el número k que se encuentra entre 1 y 3, es decir, 1 < k < 3, se puede realizar el siguiente desarrollo:

Recuerde que:

Si $a < b < c$, entonces para todo $d \in IR$, $a + d < b + d < c + d$.

$1 < k < 3$

$1 - (-p) < k - (-p) < 3 - (-p)$ — Restando $-p$ en los tres términos de la desigualdad.

$1 + p < k + p < 3 + p$ — Aplicando $-(-a) = a$

Recuerde que:

Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

$\frac{1+p}{b} > \frac{k+p}{b} > \frac{3+p}{b}$ — Dividiendo por b en ambos lados de la desigualdad, con $b < 0$.

Por lo tanto, el número que se obtiene es $\frac{k+p}{b}$, el cual es siempre mayor que $\frac{3+p}{b}$, expresión que se encuentra en la opción B).

PREGUNTA 26 MODELO DEMRE 2018

RESOLUCIÓN

Para dar solución a la pregunta se puede determinar la veracidad de las relaciones dadas en I), en II) y en III), como se muestra a continuación:

- En I), si a = 2 y b = 1, se cumple que $2^2 > 1$, y $1 > 0$, pero no se cumple que $2 < 1$. Luego, la relación $a < b$ es falsa.
- En II), del enunciado se tiene que $a^2 > b$ y $b > 0$, y si se asume que $a = 0$ se tiene que $0 > b$, lo cual es una contradicción con las condiciones del enunciado, por lo tanto, $a \neq 0$. Así, esta relación es verdadera.
- En III), si $a = -4$ y $b = 4$, se cumple que $(-4)^2 > 4$ y $4 > 0$, pero no se cumple que $\sqrt{4} < -4$. Luego, la relación $\sqrt{b} < a$ es falsa.

Como solo la relación en II) es siempre verdadera, la opción correcta es B).

PREGUNTA 26 MODELO DEMRE 2017

RESOLUCION

Para determinar la veracidad de las desigualdades dadas en I), en II) y en III), se debe considerar que el número real p, distinto de cero, puede ser **mayor que cero (p > 0)** o **menor que cero (p < 0)**.

Así, **no** se puede determinar que la desigualdad en I) sea siempre verdadera, pues si p es menor que cero se tiene que 2p > 3p, por ejemplo si p = –1 se obtiene que:

$$\left.\begin{array}{l} 2p = 2 \cdot -1 = -2 \\ 3p = 3 \cdot -1 = -3 \end{array}\right\} \longrightarrow -2 > -3$$

En II), se puede desarrollar la desigualdad como:

$$2 - p < 3 - p$$
$$2 - p + p < 3 - p + p$$
$$2 < 3$$

Se suma el opuesto de –p a ambos lados de la desigualdad, es decir, p.

Luego, la desigualdad en II) es **siempre verdadera**, es decir, se verifica para cualquier valor de p.

En III), si se considera, por ejemplo, que p = 0,05 se tiene que:

$$1 < 2p^2$$
$$1 < 2 \cdot (0{,}05)^2$$
$$1 < 2 \cdot 0{,}0025$$
$$1 < 0{,}005$$

Por lo tanto, como esta relación no es verdad, se tiene que la desigualdad en III) **no** es siempre verdadera, pues depende del valor de p.

De esta forma, la opción correcta es B).

PREGUNTA 27 MODELO DEMRE 2017

RESOLUCIÓN

En este ítem se debe determinar con cuál de las afirmaciones presentadas en (1) y/o en (2) se puede saber si el sistema de inecuaciones dado en el enunciado tiene solución **NO** vacía.

En (1) se tiene que $a^2 < 1$, por lo que si se considera, por ejemplo, a = 0,5 el sistema queda

$$\begin{array}{l} 0,5x + 1 \leq 0 \\ x + 0,5 \geq 0 \end{array}$$

$0,5x + 1 \leq 0$

Se suma el opuesto de 1 en ambos lados de la desigualdad, es decir, –1.

$0,5x \leq -1$

Se multiplica por el recíproco de 0,5 en ambos lados de la desigualdad, es decir, por 2.

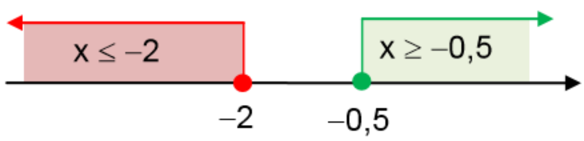
$x \leq -2$

$x + 0,5 \geq 0$

Se suma el opuesto de 2 en ambos lados de la desigualdad, es decir, –2.

$x \geq -0,5$

Al graficar las soluciones del sistema de inecuaciones, se tiene lo siguiente:



Por lo tanto, si a = 0,5, el sistema tiene solución vacía, luego la información en (1) por sí sola no permite determinar que el sistema de inecuaciones tiene solución NO vacía, depende del valor de a.

En (2) se entrega la información de que a < 0. Al despejar x en cada una de las inecuaciones del sistema se obtiene lo siguiente:

$$\begin{array}{l} ax + 1 \leq 0 \\ x + a \geq 0 \end{array}$$

$ax + 1 \leq 0$

Se suma el opuesto de 1 en ambos lados de la desigualdad, es decir, –1.

$ax \leq -1$

Se multiplica por el recíproco de a en ambos lados de la desigualdad, es decir, por $\frac{1}{a}$, pero como a < 0, se invierte el sentido de la desigualdad.

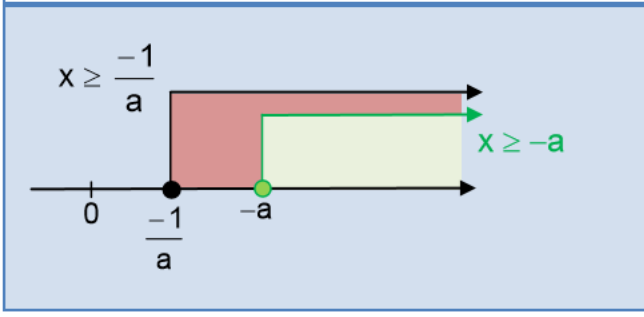
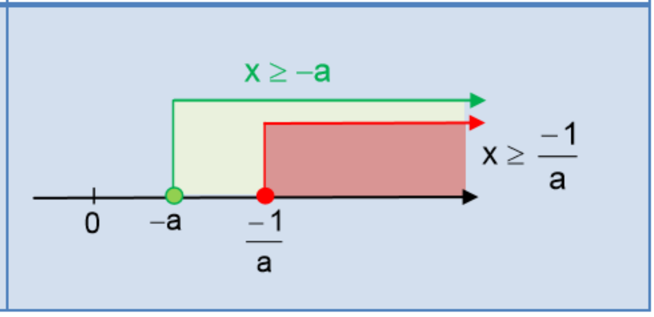
$x \geq \frac{-1}{a}$

$x + a \geq 0$

Se suma el opuesto de a en ambos lados de la desigualdad, es decir, –a.

$x \geq -a$

Al graficar las soluciones del sistema de inecuaciones para distintos valores de a, se analizará cuando $-a \geq 1$ y cuando $0 < -a < 1$, obteniéndose los siguientes casos:

$-a \geq 1$	$0 < -a < 1$
	

En cualquiera de los dos casos anteriores, al saber que a < 0, se puede determinar que el sistema de inecuaciones **tiene solución NO vacía**, por lo tanto, la opción correcta es B).

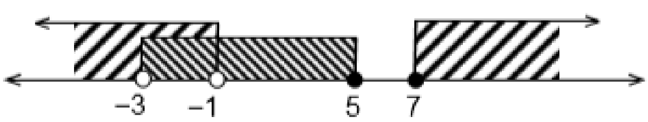
PREGUNTA 26 MODELO DEMRE 2016

Este ítem hace referencia a la representación de intervalos y para dar solución al ítem el postulante debe analizar los intervalos dados en el enunciado para determinar cuáles son los números reales que pertenecen a $\left]-3, 5\right]$ y no pertenecen a $\left[-1, 7\right[$.

Una forma de resolver este ítem es de manera gráfica, es así como el intervalo $\left]-3, 5\right]$ se puede representar gráficamente como:

Por otra parte, la frase "no pertenecen a $\left[-1, 7\right[$" es equivalente con la frase pertenece al conjunto $\left]-\infty, -1\right[\cup \left[7, \infty\right[$, lo que se expresa gráficamente como:

Ahora, como se pide que los números reales pertenezcan a ambos intervalos se deben intersectar estos intervalos, como se muestra a continuación:

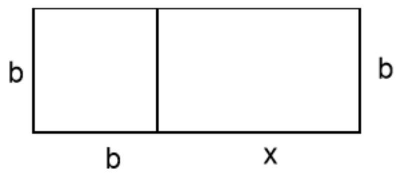


Donde se observa que la intersección de ambos conjuntos corresponde al intervalo $\left]-3, -1\right[$, que se encuentra en la opción A).

PREGUNTA 27 MODELO DEMRE 2016

Este ítem apunta a la resolución de problemas que involucran el planteamiento de inecuaciones, de tal manera que para dar solución al ítem el postulante debe determinar la veracidad de las afirmaciones presentadas en I), en II) y en III).

Del enunciado se tiene que Juan tiene un terreno cuadrado de área b^2 metros cuadrados y le compra a su vecino un terreno del mismo ancho que el suyo, no dándose información de la medida del largo del terreno que compró, pero si se dice que Juan posee ahora un terreno rectangular. La siguiente figura ilustra la situación planteada, con b el ancho y x el largo del terreno que compró Juan.



Del enunciado se tiene que el área del terreno total de Juan después de la compra es menor que 220 metros cuadrados, es decir, $b(b + x) < 220$.

En I) se afirma que Juan compró exactamente un terreno de $(220 - b^2)$ metros cuadrados. Para que esta afirmación sea cierta, se debe cumplir además que la suma de las áreas de ambos terrenos debe ser menor a 220 metros cuadrados. Ahora, al sumar b^2 con $(220 - b^2)$ da como resultado 220 metros cuadrados, en cambio, en el enunciado se indica que la superficie del nuevo terreno es menor a 220 metros cuadrados, luego la afirmación en I) es falsa.

En II) se afirma que el lado de mayor longitud del terreno rectangular de Juan es menor que $\frac{220}{b}$. Esta afirmación es verdadera, porque si se considera que b y $(b + x)$ son los lados del terreno rectangular, en donde se cumple que $b(b + x) < 220$, se tiene que $(b + x) < \frac{220}{b}$.

En III) se afirma que uno de los lados del terreno comprado es b metros y el otro es menor que $\frac{220 - b^2}{b}$. Esta afirmación también es verdadera, ya que el ancho del terreno que compró Juan es b metros, lo que se deduce del enunciado y de la desigualdad $b(b + x) < 220$ se tiene que:

$$\begin{aligned} b(b + x) &< 220 \\ b^2 + bx &< 220 \\ bx &< 220 - b^2 \\ x &< \frac{220 - b^2}{b} \end{aligned}$$

De lo anterior, la opción correcta es D) y el distractor más marcado fue B) con un 13% de las preferencias, es posible que quienes optaron por este distractor hayan desarrollado de manera errónea la relación $b(b + x) < 220$.