



GUIA DE AUTOAPRENDIZAJE N°14 MATEMÁTICA

III° MEDIO

Nombre _____ Curso: _____ Fecha: _____

Objetivo de Aprendizaje:

OA2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

Objetivo de la guía:

Analizar los datos de situaciones usando medidas de dispersión y tomar decisiones a partir de ello.

Instrucciones: Esta guía es un recurso de acompañamiento y ejercitación de la clase que veras en el video correspondiente, por lo que puedes imprimirla, una vez resuelta y revisada archivarla en una carpeta por asignatura. En caso de no poder imprimir, no hay ningún problema, ya que puedes ir copiando solo los ejemplos en tu cuaderno y dando respuesta a la ejercitación escribiendo el número de pregunta y su respuesta, especificando N° de guía, y fecha. **No olvides que frente a cualquier duda o consulta con respecto a tu clase y/o ejercitación debes contactarnos al correo : matematica.iii.smm@gmail.com**

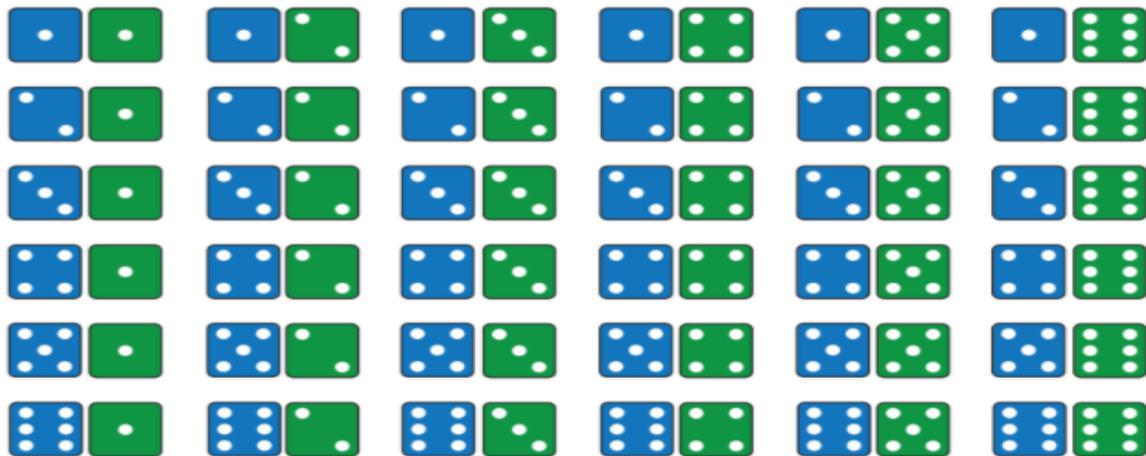
El video correspondiente a esta clase se encuentra en el link:

Probabilidad Condicional:

Problema: Mismo valor en los dados

Lanzamos dos dados y obtenemos que **la suma de ellos es un número par**. ¿Cuál es la **probabilidad** de que haya salido el **mismo valor en ambos dados**?

La siguiente es una representación del espacio muestral del experimento de lanzar dos dados:





Como sabemos que la suma es un **número par**, hay ciertos resultados de este espacio muestral que podemos descartar. **Es decir, podemos reducir el espacio**

Si sabemos que la suma de los dados es un **número par**, ¿cuál de los siguientes espacios reducidos es apropiado considerar?

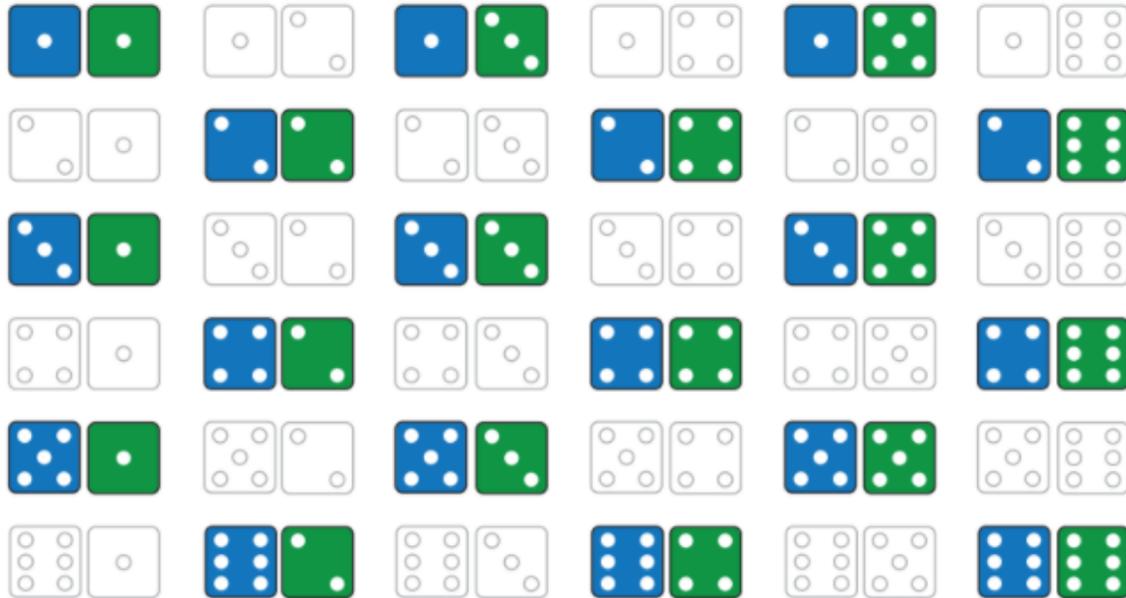
a)

b)

c)



La siguiente imagen presenta un espacio muestral del experimento de lanzar dos dados cuando sabemos que se ha obtenido una suma par, es decir, muestra cómo se ha reducido el espacio



¿Es equiprobable este nuevo espacio con 18 elementos?

Este espacio es equiprobable, ya que no hay razones que privilegien la ocurrencia de alguno de estos 18 resultados sobre el resto.

Hemos visto que cuando contamos con información que nos permite descartar algunos resultados posibles, el espacio muestral se reduce.

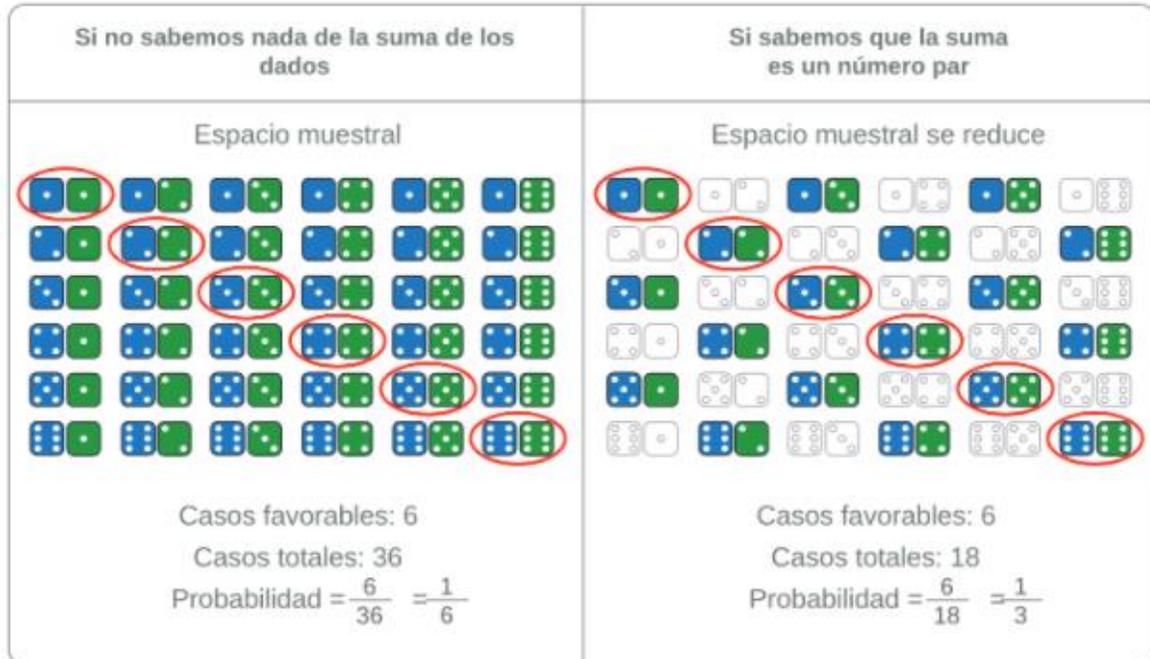
Si el espacio muestral original es equiprobable, se tiene que el espacio reducido también lo es debido a que no hay razones que privilegien la ocurrencia de algunos resultados por sobre otros

LO ANTERIOR ES IMPORTANTE CORROBORARLO PARA PODER APLICAR LA REGLA DE LAPLACE

Si sabemos que la suma de los dados es par, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido el mismo valor en ambos dados?

$$\frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos totales}} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

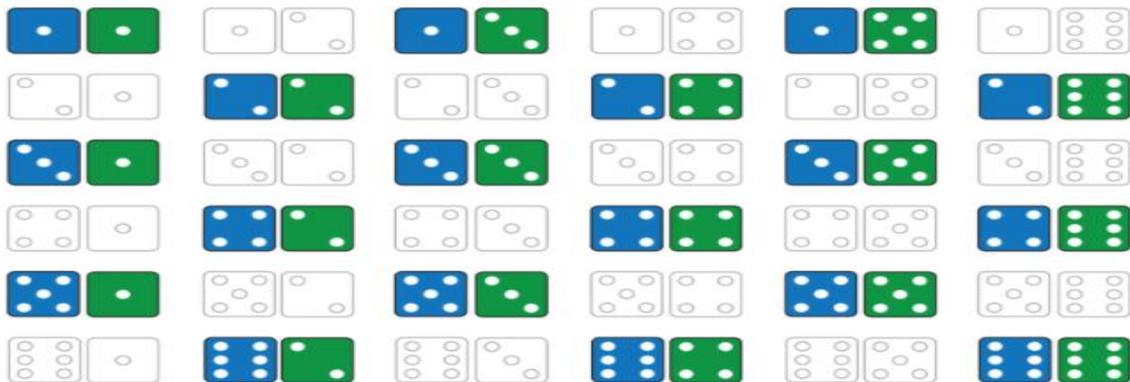
En el problema de los dados, ¿cambia la probabilidad de que haya salido el mismo valor en los dados si no sabemos nada de la suma de ellos?



Observemos que reducir el espacio muestral a 18 resultados afectó la probabilidad que buscamos.

Distintos valores en los dados:

Lanzamos dos dados y obtenemos que la suma de ellos es un número par. ¿Cuál es la probabilidad de que en los dados hayan salido valores distintos?



Notemos que en este problema contamos con la misma información del problema anterior, es decir, que la suma de los dados es un número par. Esto implica que nuevamente el espacio se reduce a 18 resultados

Definamos los eventos de interés para el problema:

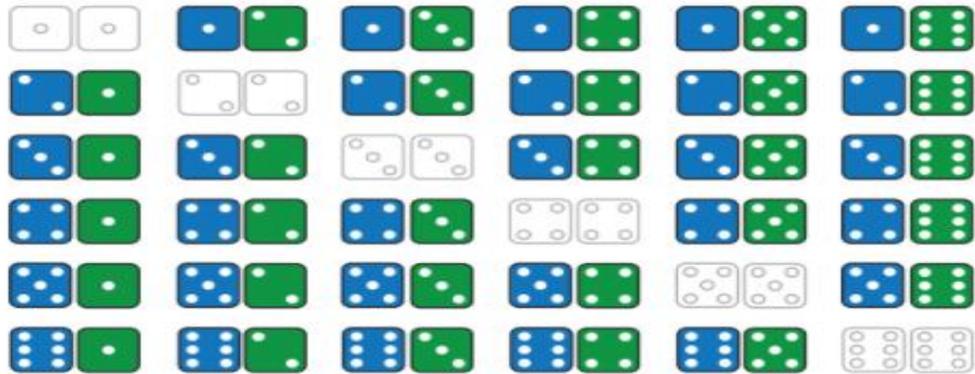
- A = "obtener distintos valores en los dados".
- B = "la suma de los dados es un número par"



Si sabemos que ocurre B: "la suma de los dados es un número par", ¿cuál de las siguientes alternativas coincide con los casos favorables?

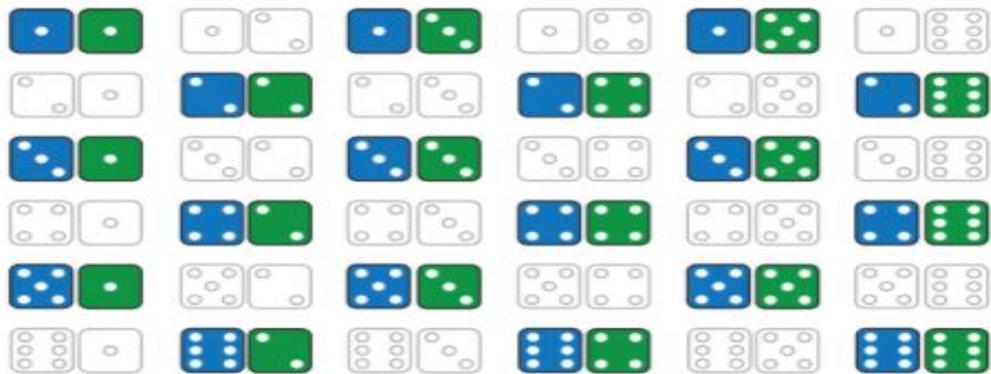
a)

A



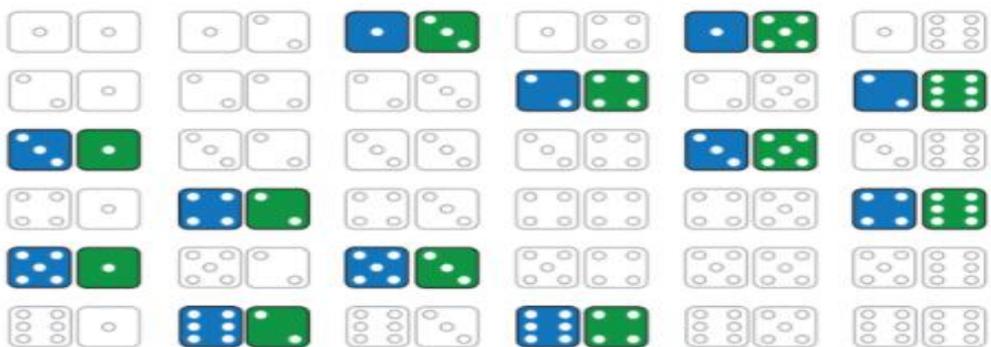
b)

B



c)

$A \cap B$

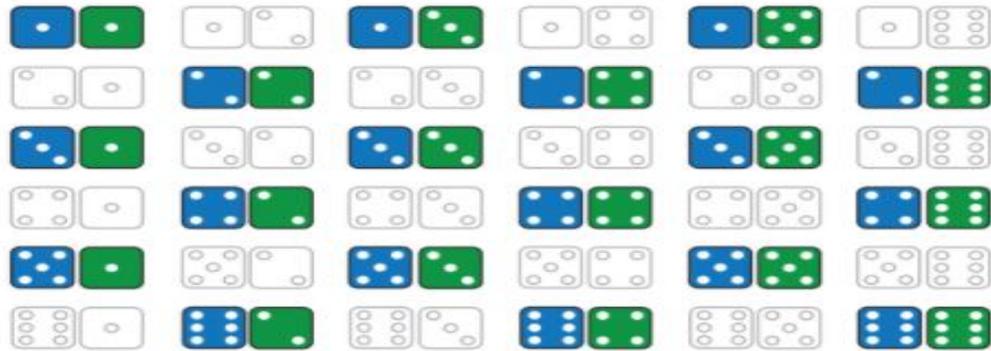




Si sabemos que ocurre B, ¿cuál es la probabilidad de que hayan salido distintos valores en los dados?

b)

B

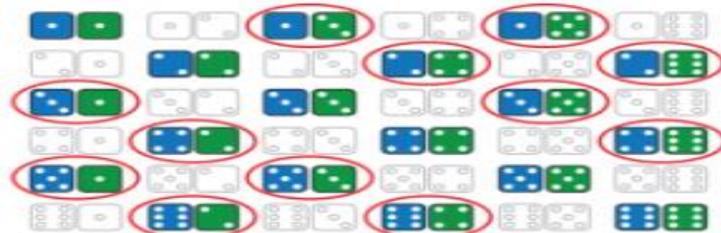


$$\frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos totales}} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

En el problema del lanzamiento de dos dados hemos calculado la probabilidad del evento A cuando sabemos que ocurre B usando un espacio muestral reducido a los elementos que componen el evento B.

Dicho de otro modo, **utilizamos la regla de Laplace aplicada en el espacio reducido** (que también es equiprobable), **donde los casos favorables son aquellos que pertenecen tanto a A como a B**, es decir:

$$\frac{\text{casos favorables al evento } A \cap B}{\text{casos posibles del evento B}}$$



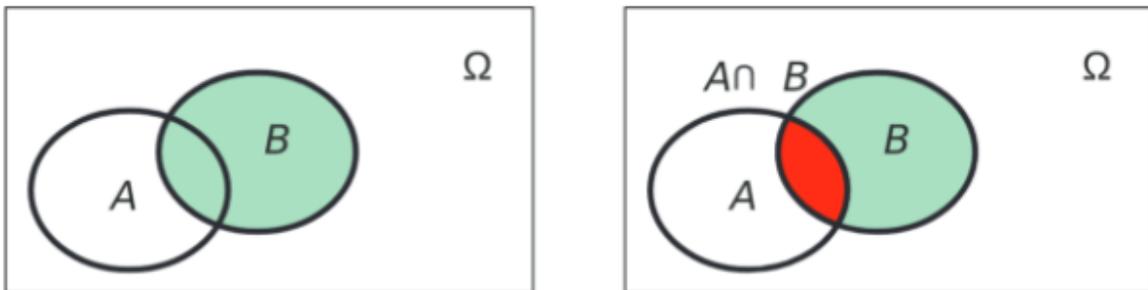
Los casos favorables aparecen encerrados en óvalos rojos.



Dados dos eventos A y B, si sabemos que ocurrió B, la probabilidad de A representa una nueva probabilidad que incorpora la información de B, y se conoce como **probabilidad de A condicionada a B**. Se denota por $P(A|B)$ y se lee como la probabilidad de A dado B. Usualmente al evento B se le llama condición

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Para que esta expresión tenga sentido para cualquier evento A de Ω , se necesita que $P(B) > 0$.



Ejemplo:

Se extrae una bolita al azar desde una urna que contiene 10 bolitas. Si se sabe que la bolita extraída tiene un número mayor que 3, ¿cuál es la probabilidad de que sea par?

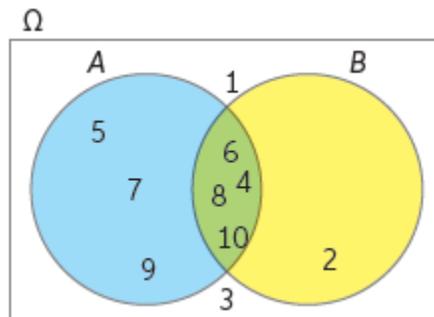
Considera los sucesos:

A = extraer una bolita con un número mayor que 3

B = extraer una bolita con un número par.

Observa el diagrama de Venn y analiza el razonamiento.

La probabilidad de que ocurra B, dado que ocurrió A, es decir, $P(B/A)$, corresponde a la probabilidad de extraer bolitas numeradas con 4, 6, 8 o 10 (casos favorables), considerando los valores mayores que 3, es decir: 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 (casos posibles).



Calcula el cociente entre $P(A \cap B)$ y $P(A)$. ¿Qué obtienes?

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{4}{7}$$



Ejercicios:

Considera los siguientes eventos para el experimento de lanzar dos dados:

A = "obtener distintos valores en los dados".

B = "la suma de los dados es un número par".

C = "obtener el mismo valor en los dados"

Para cada problema, indica cuál es la probabilidad buscada:

- a. Lanzamos dos dados y obtenemos que la suma es un número par ¿Cuál es la probabilidad de que haya obtenido el mismo valor en los dados?
A) $P(A|B)$
B) $P(B|A)$
C) $P(B|C)$
D) $P(C|B)$
- b. Lanzamos dos dados y obtenemos que la suma es par ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido distinto valor en los dados?
A) $P(A|B)$
B) $P(B|A)$
C) $P(B|C)$
D) $P(C|B)$
- c. Lanzamos dos dados y obtenemos el mismo valor en los dados ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea par?
A) $P(A|B)$
B) $P(B|A)$
C) $P(B|C)$
D) $P(C|B)$
- d. Lanzamos dos dados y obtenemos distinto valor en los dados ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea par?
A) $P(A|B)$
B) $P(B|A)$
C) $P(B|C)$
D) $P(C|B)$

2. Sean A y B dos sucesos aleatorios con $P(A) = \frac{1}{3}$ $P(B) = \frac{1}{4}$ $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ Determina:

a. $P(A|B) = \frac{4}{5}$

b. $P(B|A) = \frac{3}{5}$

2. Sean C y D dos sucesos aleatorios con $P(C) = \frac{2}{5}$ $P(D) = \frac{3}{4}$ $P(C \cap D) = \frac{1}{7}$ Determina:

a. $P(C|D) = \frac{4}{21}$

b. $P(D|C) = \frac{5}{14}$