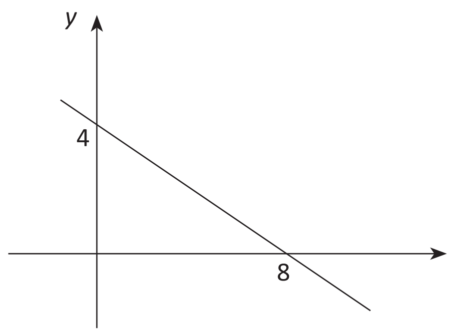
GUIA DE RETROALIMENTACIÓN DE LA GUÍA DE EJERCITACIÓN Nº8 MATEMÁTICA ELECTIVO

IVº MEDIO

Nombre____ **Curso:**_______ **Fecha:** _______

1. Calcula la pendiente de la recta representada en el gráfico adjunto:



Aplicando la fórmula de la pendiente entre $A(8, 0)$ y $B(0, 4)$, resulta $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{4-0}{0-8} = \dfrac{4}{-8} = \dfrac{-1}{2}$

2. Una recta tiene pendiente – 4 y pasa por el punto (– 3, – 2). ¿Cuál es el coeficiente de posición de dicha recta?

Si la recta tiene pendiente – 4 y pasa por el punto (– 3, – 2), aplicando la ecuación punto pendiente, tenemos $y = m(x - x_1) + y_1$

$$y = -4(x - (-3)) + (-2) = -4(x + 3) - 2 = -4x - 12 - 2 = -4x - 14$$

Por lo tanto, el coeficiente de posición de la recta es – 14.

3. Una recta L pasa por el punto (– 6, 5) y su pendiente es dos unidades menor que su coeficiente de posición. Calcula la pendiente de la recta L.

Sea L: $y = mx + n$. Como su pendiente es dos unidades menor que su coeficiente de posición, entonces $m = n - 2$. Además, pasa por el punto (– 6, 5).

Luego, $y = mx + n \Rightarrow 5 = (n-2)\cdot(-6) + n \Rightarrow 5 = -6n + 12 + n \Rightarrow -7 = -5n \Rightarrow n = \dfrac{7}{5}$

Por lo tanto, la pendiente de la recta L es $m = (n - 2) = \left(\dfrac{7}{5} - 2\right) = \dfrac{-3}{5}$

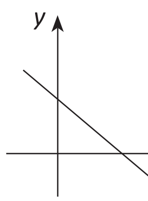
4. Si una recta pasa por el punto (1, 6) y tiene pendiente igual 2, calcula su coeficiente de posición:

Dados un punto (x_1, y_1) de una recta y su pendiente m, es posible encontrar la ecuación de dicha recta a partir de la ecuación punto - pendiente $y - y_1 = m(x - x_1)$. Entonces reemplazando el punto $(1,6)$ y la pendiente $m = 2$, tenemos que:

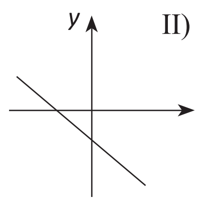
$$y - 6 = 2(x - 1)$$
$$y - 6 = 2x - 2$$
$$\Rightarrow y = 2x + 4$$

Por lo tanto, como la ecuación de la recta es $y = 2x + 4$, el coeficiente de posición es 4.

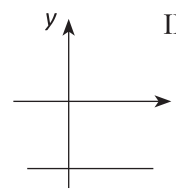
5. ¿Cuál(es) de las siguientes rectas tiene(n) pendiente y coeficiente de posición menores que cero?



I)



II)



III)

I) **Falsa, ya que la pendiente es negativa, pero el coeficiente de posición es positivo.**

II) **Verdadera, ya que la pendiente es negativa y el coeficiente de posición es negativo.**

III) **Falsa, ya que el coeficiente de posición es negativo, pero la pendiente es positiva.**

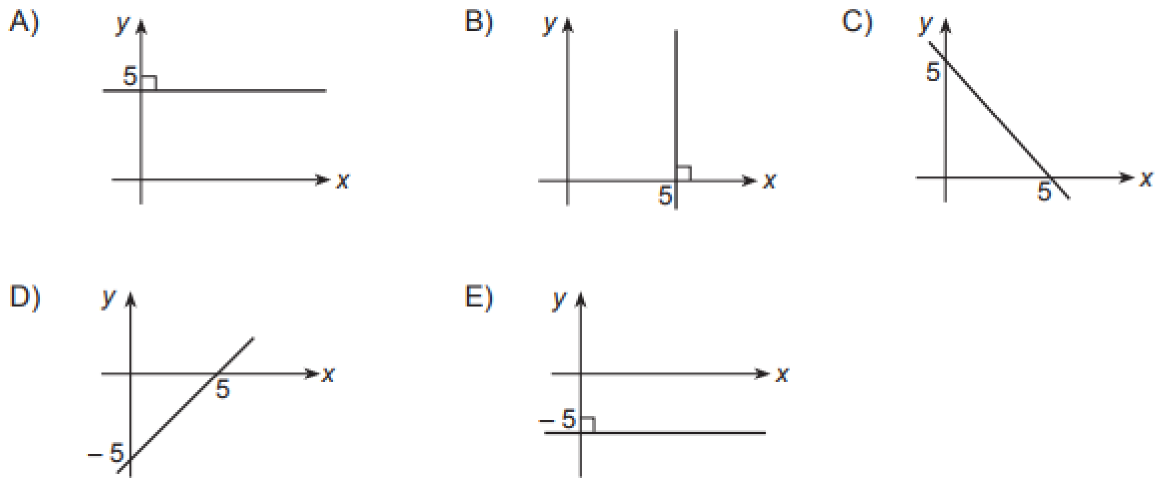
Por lo tanto, solo la figura II tiene pendiente y coeficiente de posición menores que cero

6. Para que la recta de ecuación **y = ax + b**, intercepte al eje Y en el punto (0, – 2) e interseque al eje X en el punto (1, 0), ¿cuáles deben ser los valores **de a y b,** respectivamente?

Si la recta interseca al eje de las ordenadas en (0, – 2), entonces el coeficiente de posición es $b = -2$.
Además, si interseca al eje X en (1, 0), se puede reemplazar en la ecuación:

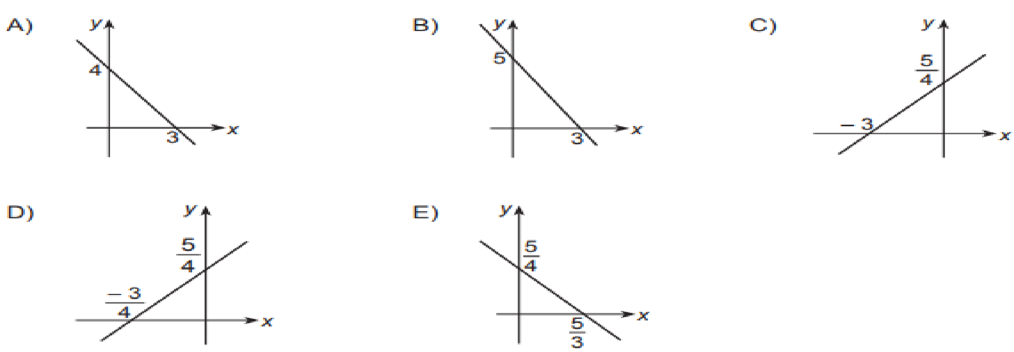
$$y = ax + b \text{ -> } 0 = a - 2 \text{ -> } a = 2$$

7. ¿Cuál de los siguientes gráficos corresponde a la representación de la recta $y + 5 = 0$?



Despejando la variable y en la ecuación de la recta, se tiene que y + 5 = 0 ⇒ y = – 5 Luego, el único grafico que interseca al eje de las ordenadas en – 5 y además tiene pendiente cero es el presentado en la alternativa E.

8. El gráfico que **mejor** representa a la recta de ecuación $3x + 4y = 5$ es:



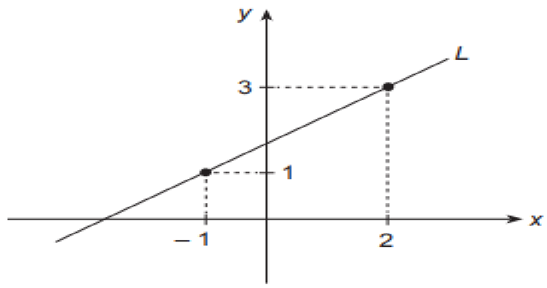
En este caso, basta con obtener las intersecciones de la recta $3x + 4y = 5$ con los ejes:

* La intersección con el eje X ocurre cuando $y = 0 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$

* La intersección con el eje Y ocurre cuando $x = 0 \Rightarrow 4y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{4}$

Entonces, la recta intersecta a los ejes en los puntos $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ y $\left(0, \frac{5}{4}\right)$. Por lo tanto, el gráfico que mejor representa a la recta se encuentra en la alternativa E.

9. Según la figura adjunta, calcula el punto de intersección de la recta L con el eje X



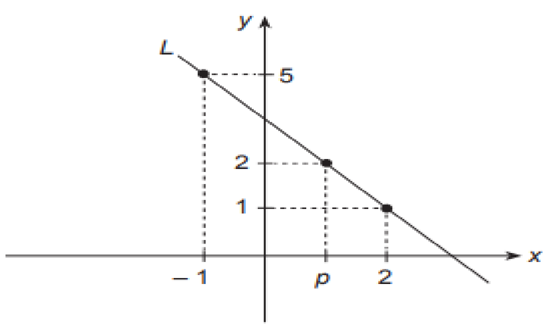
Aplicando la ecuación recta que pasa por los puntos (– 1, 1) y (2, 3), se tiene:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 \Rightarrow y = \frac{3-1}{2-(-1)}(x - (-1)) + 1 = \frac{2}{3}(x+1) + 1 = \frac{2x}{3} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{2x}{3} + \frac{5}{3}$$

La intersección con el eje X ocurre cuando $y = 0 \Rightarrow \frac{2x}{3} + \frac{5}{3} = 0 \Rightarrow \frac{2x}{3} = \frac{-5}{3} \Rightarrow x = \left(\frac{-5 \cdot 3}{3 \cdot 2}\right) = \frac{-5}{2}$

Por lo tanto, la intersección de la recta L con el eje X es $\left(\frac{-5}{2}, 0\right)$

10. En la recta L de la figura adjunta, ¿cuál es el valor numérico de p?



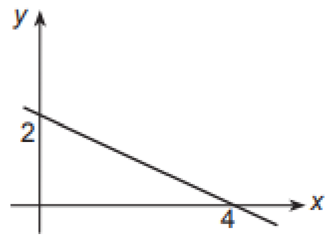
Aplicando la ecuación recta que pasa por los puntos (– 1, 5) y (2, 1), se tiene:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 \Rightarrow y = \frac{1-5}{2-(-1)}(x - (-1)) + 5 = \frac{-4}{3}(x+1) + 5 = \frac{-4x}{3} - \frac{4}{3} + 5 = \frac{-4x}{3} + \frac{11}{3}$$

Reemplazando el punto $(p, 2)$ en la ecuación $y = \frac{-4x}{3} + \frac{11}{3}$, resulta

$$2 = \frac{-4p}{3} + \frac{11}{3} \Rightarrow \frac{4p}{3} = \frac{11}{3} - 2 \Rightarrow 4p = 11 - 6 \Rightarrow p = \frac{5}{4}$$

11. Encuentra la ecuación de la recta representada en el gráfico de la figura adjunta



Del gráfico de la figura se observa que los puntos $(0,2)$ y $(4,0)$ pertenecen a la recta. Con estos dos puntos podemos determinar el valor de la pendiente (m) de la recta de la siguiente manera

$m=\frac{0-2}{4-0}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$ y además del punto $(0,2)$ tenemos que el coeficiente de posición (n) es igual a 2. Luego la ecuación principal de esta recta es $y=\frac{-1}{2}x+2$, la que es equivalente a la ecuación

$$2y=-x+4 \Rightarrow x+2y-4=0$$

12. Dada la recta L: $y + 4 = 0$, entonces ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) La pendiente de L es cero.
II) L interseca al eje Y en el punto (0, 4).
III) L pasa por el punto (– 12, 4).

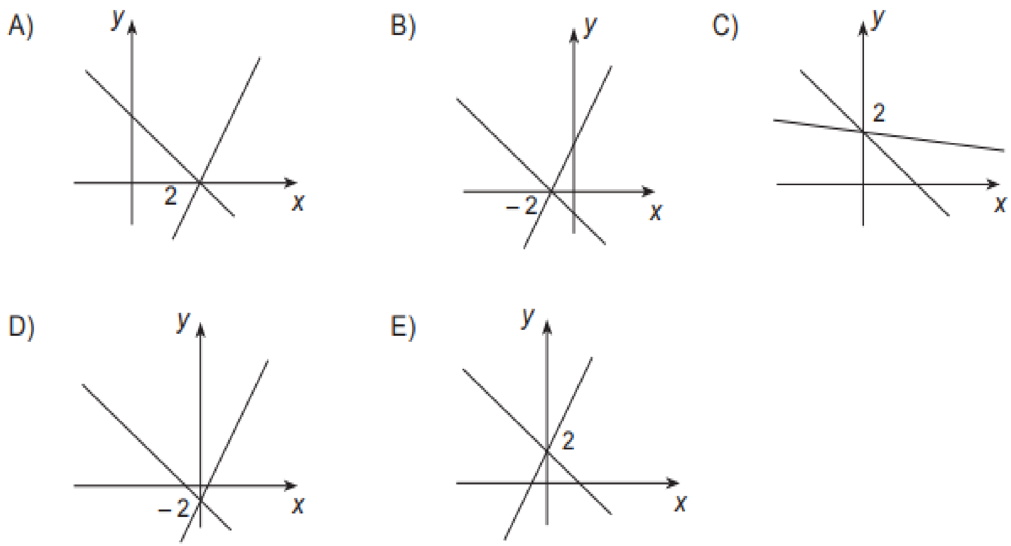
A) Solo I
B) Solo II
C) Solo I y II
D) Solo II y III
E) I, II y III

A partir del gráfico es posible identificar los puntos (– 3, 0) y (0, – 12). Se puede observar que el punto de corte de la recta con el eje Y es (0, – 12), por lo que el coeficiente de posición es $n = – 12$.

La pendiente de la recta está dada por: $m=\frac{-12-0}{0-(-3)}=\frac{-12}{3}=-4$.

Por lo tanto, la ecuación de la recta representada en la figura es $y = – 4x – 12$.

13. Sean las rectas L1 : 6x – 2y + 4 = 0 y L2 : 5x + y – 2 = 0. ¿Cuál de las siguientes figuras podría representar las gráficas de estas rectas en el plano?



La recta $L_1 : 6x - 2y + 4 = 0$ es equivalente a

$$
\begin{aligned}
6x - 2y + 4 &= 0 \\
6x + 4 &= 2y \\
\frac{6}{2}x + \frac{4}{2} &= y \\
3x + 2 &= y
\end{aligned}
$$

Es decir, el gráfico de la recta L_1 corresponde a una recta con creciente que intersecta al eje Y en el punto $(0, 2)$

La recta $L_2 : 5x + y - 2 = 0$ es equivalente a

$$5x + y - 2 = 0 \;\Rightarrow\; y = -5x + 2$$

Es decir, el gráfico de la recta L_2 corresponde a una recta decreciente y que intersecta al eje Y en el punto $(0, 2)$.

Por lo tanto la gráfica de ambas ecuaciones corresponde a dos rectas, una creciente y otra decreciente, que se intersectan en el punto $(0, 2)$.

14. En la ecuación de la recta $y = a \bullet (x - 1)$, con $a \neq 0$, se puede determinar el valor numérico de $\boldsymbol{a}$, si:

(1) La recta interseca al eje X en el punto (1, 0).
(2) La recta interseca al eje Y en el punto (0, – 3).

A) (1) por sí sola.
B) (2) por sí sola.
C) Ambas juntas, (1) y (2).
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
E) Se requiere información adicional.

(1) La recta interseca al eje X en el punto (1, 0). Con esta información y la del enunciado, no se puede determinar el valor numérico de a, ya que al reemplazar el punto (1, 0) en la ecuación resulta y = a · (x – 1) ⇒ 0 = a · (1 – 1) ⇒ 0 = a · 0 Luego, existen infinitos valores posibles para a.

(2) La recta interseca al eje Y en el punto (0, – 3). Con esta información y la del enunciado, se puede determinar el valor numérico de a, ya que al reemplazar el punto (0, – 3) en la ecuación resulta: y = a · (x – 1) ⇒ – 3 = a · (0 – 1) ⇒ – 3 = – a Luego, el valor numérico de a es 3.

Por lo tanto es (2) por sí sola.

15. Encuentra la ecuación de la recta que contiene al punto (– 2, 3) e interseca al eje X en (1, 0)

La ecuación de una recta que contiene a dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) se puede determinar con la ecuación

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Entonces, la ecuación de la recta que contiene a los puntos $(-2,3)$ y $(1,0)$ es

$$y - 3 = \frac{0-3}{1-(-2)}(x-(-2))$$

$$y - 3 = \frac{-3}{3}(x+2)$$

$$y - 3 = -1(x+2)$$

$$y - 3 = -x - 2$$

$$y = -x + 1$$

16. La ecuación de una recta es x – py + 4 = 0. Si el punto (– 6, 6) pertenece a la recta, ¿cuál es el valor de p?

Como el punto (– 6, 6) pertenece a la recta, entonces x = – 6 e y = 6. Reemplazando en la ecuación: x – py + 4 = 0 ⇒ – 6 – p • 6 + 4 = 0 ⇒ – 6p = 2 ⇒ p = $\frac{-1}{3}$

17. Encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos (– 3, 2) y (3, – 10)

Aplicando la ecuación recta que pasa por los puntos (– 3, 2) y (3, – 10), tenemos:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = \frac{-10-2}{3+3}(x-(-3)) \Rightarrow y = \frac{-12}{6}(x+3)+2 \Rightarrow y = -2x - 6 + 2$$

Por lo tanto, la ecuación de la recta buscada es $y = -2x - 4$

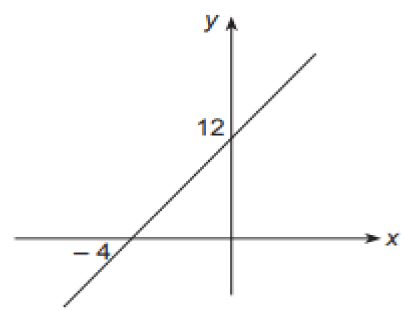
18. La ecuación de una recta que pasa por el origen es $3x - y + 3k = 8$. ¿Cuál es el valor de $\boldsymbol{k}$?

Reemplazando el origen (0, 0) en la ecuación: 3·0 – 0 + 3k = 8 ⇒ 3k = 8 ⇒ k = $\frac{8}{3}$

19. Respecto a la figura adjunta, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) La pendiente de la recta es igual a 3.
II) La ecuación de la recta es $y = 3x - 12$.
III) El punto (– 1, 9) pertenece a la recta.

A) Solo I
B) Solo III
C) Solo I y II
D) Solo I y III
E) I, II y III



I) Verdadera, ya que (0, 12) y (– 4, 0). Entonces, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{12-0}{0+4} = \frac{12}{4} = 3$

II) Falsa, ya que la pendiente es 3 y el coeficiente de posición es 12.

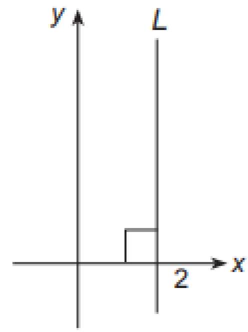
III) Verdadera, ya que al evaluar $x = -1$ en la ecuación resulta y = 3· – 1 + 12 = 9.

Por lo tanto, solo las afirmaciones I y III son verdaderas.

20. Respecto a la recta L de la figura adjunta, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) La pendiente es igual a 0.
II) Pasa por el punto (6, 2).
III) La ecuación que la representa es $x = 2$.

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y III
E) I, II y III



El gráfico de la figura representa a la recta L , la cual es paralela al eje Y, pasa por el punto (2,0). Por lo tanto su ecuación es x = 2 y además tiene pendiente indeterminada, entonces

I) Falsa, ya que la pendiente de la recta L es indeterminada.
II) Falsa, ya que la recta contiene a todos los puntos de la forma (2, y).
III) Verdadera, ya que la gráfica representa a una recta paralela al eje Y y que pasa por el punto (2,0), por lo tanto, su ecuación es x = 2

Por lo tanto, solo la afirmación III es verdadera.