



RETROALIMENTACIÓN N°13 MATEMÁTICA

III° MEDIO

Nombre _____ Curso: _____ Fecha: _____

Objetivo de Aprendizaje:

OA2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

Objetivo de la guía:

Comparar dos o más conjuntos de datos utilizando medidas de tendencia central, de dispersión y posición para tomar decisiones.

Comprender el concepto de probabilidad condicionada y aplicarlo en la toma de decisiones.

Instrucciones:

- **Las respuestas estarán escritas en rojo.**
- **Lo mas importante es concluir, argumentar y justificar a partir de los números encontrados**

Mostremos un ejemplo para tomar una decisión con respecto a unas jugadoras de futbol: Un equipo de fútbol femenino necesita una delantera, para lo cual tiene dos candidatas. En los últimos 10 partidos del campeonato, las delanteras registraron las siguientes cantidades de goles:

Navas: 1, 0, 3, 0, 4, 1, 0, 0, 0, 3

Flores: 1, 1, 2, 0, 1, 1, 2, 1, 1, 2



La DT observa que **ambas marcaron 12 goles en 10 partidos, con un promedio de 1,2 goles por partido**. Entonces decide usar **otros** indicadores. Utiliza Rango, Varianza y Desviación Estandar:

$$R_{Navas} = 4 - 0 = 4$$

$$R_{Flores} = 2 - 0 = 2$$

Varianza	$\sigma^2_{Navas} = 2,16$	$\sigma^2_{Flores} = 0,36$
Desviación estándar	$\sigma_{Navas} \approx 1,47$	$\sigma_{Flores} = 0,6$



El mayor **rango** que presenta Navas puede indicar que en algunos partidos anota muchos goles, pero en otros no anota, mientras que los de Flores están más repartidos.

Con los indicadores de **Varianza y Desviación Estándar** confirman que los goles de Flores presentan menor dispersión, lo que se refleja en que cada partido marca una cantidad de goles similar, lo que no ocurre con Navas.

Y si la DT quiere asegurarse aún más, puede utilizar medidas de posición tales como **cuartiles y mediana**. Comparando sus distancias puede ayudarse:

		$Q_1 = 0$		$M_e = 0,5$		$Q_3 = 3$		
Navas	0	0	0	0	0	1	1	3
		0		1		3		
Flores	0	1	1	1	1	1	2	2
		1		1		2		
		$Q_1 = 1$		$M_e = 1$		$Q_3 = 2$		

Se puede confirmar que la dispersión es menor en el caso de Flores, observando que las diferencias entre la mediana y los cuartiles Q_1 y Q_2 es menor que en el caso de Navas.

¿A cuál de las dos jugadoras elegirá la DT? Argumenta

Esta respuesta puede variar según lo que necesite la DT. Por ejemplo, si la DT desea un rendimiento regular de la jugadora, debe elegir a Flores.

Si se sabe que la delantera va a jugar pocos partidos, en los que debe marcar una gran cantidad de goles, ¿a quién debería escoger? Justifica

Debiese elegir a Navas ya que demuestra anotar goles en pocos partidos.

El **coeficiente de variación (CV)** permite realizar comparaciones entre conjuntos con respecto a la dispersión de sus datos, e incluso entre variables que se miden con diferentes unidades de medida. Matemáticamente, corresponde al cociente entre la desviación estándar y la media aritmética. Esto es:

$$CV = \frac{\sigma}{|\bar{X}|}$$

Para expresar el CV en porcentaje, basta con multiplicar el cociente obtenido por 100.

- **Mientras menor sea el coeficiente de variación, el conjunto, es más homogéneo (los datos son más parecidos entre sí).**
- **Mientras mayor sea el coeficiente de variación, el conjunto, es más heterogéneo (los datos se diferencian más entre sí).**



Utilicemos el coeficiente de variación. Para los cálculos comparativos, realicemos planillas Excel para optimizar el tiempo de cálculo.

Compararemos dos cursos A y B. Para participar en una olimpiada de Ciencias, el profesor debe elegir un curso de un colegio. Las calificaciones de los 45 estudiantes de los dos cursos entre los que se escogerá al representante del colegio en la olimpiada se ordenaron en las siguientes tablas:

Calificaciones curso A	Calificaciones curso B
5,9 - 4,0 - 2,5 - 1,8 - 6,0 - 2,9 - 5,7 - 4,3 -	4,4 - 4,0 - 3,5 - 2,8 - 5,3 - 3,9 - 4,7 - 4,3 -
4,3 - 3,4 - 2,0 - 5,3 - 4,5 - 7,0 - 5,9 - 5,9 -	7,0 - 3,4 - 4,0 - 5,3 - 4,5 - 7,0 - 4,9 - 4,4 -
5,0 - 3,3 - 4,4 - 3,5 - 1,0 - 5,8 - 6,4 - 4,6 -	5,0 - 2,4 - 5,8 - 3,5 - 2,0 - 5,8 - 6,4 - 2,6 -
2,7 - 5,5 - 4,6 - 4,8 - 3,6 - 5,5 - 4,8 - 6,0 -	1,9 - 5,9 - 4,6 - 4,8 - 6,4 - 5,5 - 5,8 - 6,0 -
6,0 - 4,0 - 6,5 - 5,8 - 2,2 - 6,7 - 4,9 - 5,2 -	7,0 - 4,0 - 5,6 - 6,0 - 4,2 - 6,7 - 4,9 - 5,2 -
4,9 - 7,0 - 5,0 - 6,6 - 2,5	5,8 - 6,8 - 7,0 - 6,8 - 4,9

a. Abre una hoja de cálculo y copia las calificaciones de la tabla en una columna o varias

Calificaciones curso A				
5,9	2,0	1,0	4,8	4,9
4,0	5,3	5,8	6,0	7,0
2,5	4,5	6,4	6,0	5,0
1,8	7,0	4,6	4,0	6,6
6,0	5,9	2,7	6,5	2,5
2,9	5,9	5,5	5,8	
5,7	5,0	4,6	2,2	
4,3	3,3	4,8	6,7	
4,3	4,4	3,6	4,9	
3,4	3,5	5,5	5,2	

b. En una celda en blanco, escribe la función **=PROMEDIO()**.

Pinchas en el paréntesis y luego debes seleccionar todas las calificaciones. **Luego presionas Enter.**

c. En una segunda celda en blanco, escribe la función **=MAX() - MIN()** para calcular el rango de las calificaciones. Para ello, en cada paréntesis debes

seleccionar todas las celdas que contengan datos. Luego, presiona Enter.

d. En otra celda en blanco, escribe la función **=VAR.P()** para calcular la varianza

de los datos. Selecciona todas las celdas de los datos y pulsa Enter.

e. Escribe **=DESVEST.P()** en otra celda en blanco y selecciona la información.

Esta función permite calcular la desviación estándar de los datos

entregados. Obtendrás lo que se muestra a continuación:



Promedio	Rango	Varianza	Desviación Estándar
4,7	6,0	2,21272099	1,48752176

Mismos pasos para el Curso B:

Calificaciones curso B	Promedio	Rango	Varianza	Desviación Estándar
4,4 4,0 3,5 3,9 4,3	4,9	5,1	1,88960988	1,374630815
7,0 6,8 4,8 7,0 4,4				
5,0 3,5 6,0 5,8 2,6				
1,9 4,0 6,8 5,5 6,0				
7,0 5,8 5,3 6,7 5,2				
5,8 4,6 4,5 4,7				
4,0 5,6 2,0 4,9				
3,4 7,0 6,4 6,4				
2,4 2,8 4,2 5,8				
5,9 5,3 4,9 4,9				

Para el cálculo del **coeficiente de variación** debemos hacer el cociente entre las desviaciones estándar y sus promedios:

$$CV_A = \frac{\sigma}{|\bar{X}|} = \frac{1,49}{4,7} = 0,37 \text{ que podemos expresar como } 0,37 * 100 = 37\%$$

$$CV_B = \frac{\sigma}{|\bar{X}|} = \frac{1,37}{4,9} = 0,28 \text{ que podemos expresar como } 0,28 * 100 = 28\%$$

Responde:

1. Que curso tiene calificaciones homogéneas? Justifica tu respuesta.

El curso B tiene calificaciones más homogéneas que el curso A, ya que su CV es menor.

2. Con los resultados anteriores, ¿que decisión debe tomar el profesor?

Argumenta tu respuesta.

Debería elegir al curso B ya que la media o promedio es más representativa(o) al tener calificaciones mas homogéneas.



Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje. Luego, responde las preguntas de la sección Reflexiono.

Industria automotriz

1. Analiza la siguiente situación. Luego, responde.



- Tiempo (en segundos) que demora en frenar el auto A.
12, 9, 8, 9, 10, 11, 9, 7
- Tiempo (en segundos) que demora en frenar el auto B.
11, 8, 7, 10, 10, 10, 8, 10

- ¿Cuál es el rango y la desviación media para cada tipo de automóvil?
- ¿Cuál es la varianza y la desviación estándar para cada tipo de automóvil?
- ¿En cuál de los dos conjuntos de datos los valores se acercan más a la media?
- Si una persona quiere comprar, entre estos automóviles, el que brinde mayor seguridad, ¿qué decisión debería tomar? Explica.

RESPUESTAS:

a. Recuerda que los cálculos de medidas de dispersión están en la Guía N°1

$$\text{Auto A: } R_A = 5 \text{ s y } D_A = 1,22 \text{ s.}$$

$$\text{Auto B: } R_B = 4 \text{ s y } D_B = 1,19 \text{ s.}$$

b. Auto A: $\sigma^2 = 2,23 \text{ s}^2$ y $\sigma = 1,5 \text{ s}$; Auto B: $\sigma^2 = 1,69 \text{ s}^2$ y $\sigma = 1,3 \text{ s}$.

c. En el auto B, ya que su desviación estándar es menor: $\sigma = 1,3 \text{ s}$

d. Debería comprar el auto B. Como tiene datos más homogéneos, es menos probable encontrar un auto con mucho tiempo de frenado.



2. Utilizando su coeficiente de variación, determina qué conjunto es más homogéneo.

a.
$$X = \{203, 75, 5, 235, 193, 165, 47, 240, 37, 0\}$$
$$Y = \{3, 0, 1, 5, 5, 6, 1, 4, 3, 2\}$$

b.
$$X = \{2, 0, 0, 2, 2, 2, 0, 2, 0, 0\}$$
$$Y = \{47, 16, 2, 46, 44, 32, 4, 36, 1, 12\}$$

Respuestas: Observemos que la comparación es solamente de números

a. Medias (promedio) aritméticas (o): $\bar{X} = 127$; $\bar{Y} = 3$

Desviaciones estándar (σ): $\sigma_X = 99.88$; $\sigma_Y = 1.89$

Coefficientes de variación: $CV_X = \frac{\sigma}{|\bar{X}|} = \frac{99.88}{127} = 0,78 \rightarrow 78\%$

$CV_Y = \frac{\sigma}{|\bar{Y}|} = \frac{1.89}{3} = 0,63 \rightarrow 63\%$

\therefore El conjunto Y es más homogéneo

b. Medias (promedio) aritméticas (o): $\bar{X} = 1$; $\bar{Y} = 24$

Desviaciones estándar (σ): $\sigma_X = 1$; $\sigma_Y = 18.005$

Coefficientes de variación: $CV_X = \frac{\sigma}{|\bar{X}|} = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow 100\%$

$CV_Y = \frac{\sigma}{|\bar{Y}|} = \frac{18,005}{24} = 0,75 \rightarrow 75\%$

\therefore El conjunto Y es más homogéneo



3. La siguiente tabla muestra el tiempo que se demora un estudiante en resolver distintos ensayos PSU de 40 preguntas:

Corrección de formularios en un mes	
Tiempo (minutos)	Frecuencia
[40, 45[7
[45, 50[10
[50, 55[13
[55, 60[18
[60, 65[0
[65, 70]	21

- ¿Cuál es el tiempo promedio que se demora el estudiante en resolver los ensayos?
 $\bar{X} \approx 57$ minutos
- Calcula la varianza y la desviación estándar.
 $\sigma^2 = 71,71 \text{ min}^2$ y $\sigma = 9,47 \text{ min}$
- Si el promedio de los tiempos es superior a 55 minutos y la desviación estándar es superior a 45 minutos, el estudiante deberá realizar cambios en la forma de estudio. ¿Deberá realizar cambios para optimizar sus tiempos de estudio? Fundamenta.
El promedio es mayor a 55 minutos, pero la desviación estándar es menor a 45 minutos. No debe preocuparse.

4. A continuación, se presentan las notas que obtuvieron dos cursos en una prueba de Matemática. Dichas notas son determinantes para elegir al curso con mejor rendimiento para representar al colegio en las próximas olimpiadas matemáticas

3° medio A

3,2 – 4,5 – 6,3 – 7,0 – 3,5 – 6,4
 6,8 – 5,1 – 4,4 – 3,9 – 4,0 – 5,2
 5,8 – 7,0 – 6,1 – 6,6 – 4,3 – 5,9

3° medio B

6,0 – 6,5 – 6,7 – 7,0 – 4,3 – 3,9
 5,4 – 5,6 – 6,8 – 6,6 – 6,2 – 5,5
 3,2 – 4,5 – 3,5 – 5,2 – 4,9 – 5,2

El profesor de la asignatura escogió al 3° A para representar al colegio en las próximas olimpiadas.

a. Aplica las medidas de dispersión que consideres convenientes para comparar el rendimiento en la prueba de ambos cursos. **Utiliza una hoja de cálculo para realizar los cálculos.**

Para 3° medio A: $\bar{X}_A \approx 5,33$, $\sigma_A \approx 1,22$ y $CV \approx 22,94\%$.

Para 3° medio B: $\bar{X}_B \approx 5,39$, $\sigma_B \approx 1,13$ y $CV \approx 20,95\%$.

b. ¿Fue correcta la decisión del profesor? Argumenta tu respuesta

No, ya que el 3° medio B tiene mejor promedio y sus datos son más homogéneos, porque tiene menor desviación estándar y menor CV.



Para concluir

a. ¿Por qué es importante no solo utilizar el promedio al comparar conjuntos de datos? Explica.

Cuando solo se usa el promedio, perdemos información sobre los datos y no sabremos si el promedio es representativo ni qué ocurre a medida que nos alejamos de la media. Es por esto que debemos basarnos en las medidas de dispersión.

b. ¿Se podrá usar siempre el coeficiente de variación para comparar dos conjuntos de datos? ¿Qué alternativas crees que podrían utilizarse en los casos en que no?

No, se puede utilizar el rango, la varianza o la desviación estándar.