Colegio Santa María de Maipú
Departamento de Matemática y Física

GUIA DE REPASO Nº11 MATEMÁTICA

IIIº MEDIO

Nombre_____ **Curso:**_____ **Fecha:** _____

Objetivo de Aprendizaje:

OA3: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran la función exponencial y logarítmica

Objetivo de la clase:

Aplicar modelos matemáticos de funciones exponenciales y logarítmicas.

Instrucciones: Esta guía es un recurso de acompañamiento y ejercitación de la clase que veras en el video correspondiente, por lo que puedes imprimirla, una vez resuelta y revisada archivarla en una carpeta por asignatura. En caso de no poder imprimir, no hay ningún problema, ya que puedes ir copiando solo los ejemplos en tu cuaderno y dando respuesta a la ejercitación escribiendo el número de pregunta y su respuesta, especificando N° de guía, y fecha**. No olvides que frente a cualquier duda o consulta con respecto a tu clase y/o ejercitación debes contactarnos al correo :** matematica.iii.smm@gmail.com

El video correspondiente a esta clase se encuentra en el link: https://youtu.be/si5lO352iyI

Recordemos:

Crecimiento y decrecimiento exponencial:

Corresponde a una función que tiene forma exponencial, creciente o decreciente, que contiene una cantidad inicial, un porcentaje de variación y la variable exponente.

Un ejemplo de modelamiento es el Interés Compuesto:

El **interés compuesto** es una ley de capitalización por la cual los intereses

obtenidos al final de cada periodo se suman al capital anterior para producir nuevos intereses en el siguiente periodo.

Un capital inicial C_0 al r %, al cabo de $t\ en\ años$ se convierte en:

$$C_t = C_0 \cdot (1+i)^t$$

Función Exponencial:

Se define como **función exponencial** a la función de la forma

$$f(x) = ab^x$$

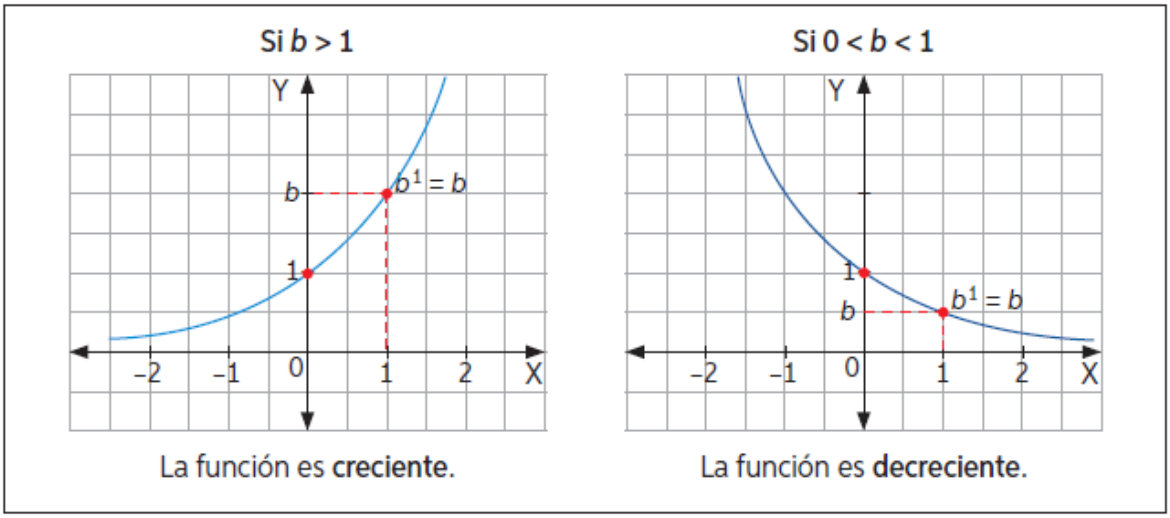
$$donde\ a, b \in \mathbb{R} \qquad b > 0 \qquad b \neq 1$$

Su **dominio** es el conjunto de todos los números reales ($\mathbb{R}$)

Su **recorrido** es el conjunto de todos los números reales positivos ($\mathbb{R}^+$)

La grafica interseca el eje Y en el **punto (0, *a*)** y **no interseca el eje X, que actúa como asíntota de la grafica**.

La grafica de una función exponencial de la forma $f(x) = b^x$ depende del valor de *b*. Así:



La grafica de $f(x) = ab^{x-h}$ es una traslación horizontal de h unidades respecto de $f(x) = ab^x$, hacia la derecha si $h > 0$ y hacia la izquierda si $h < 0$ *(no se respeta el signo para el traslado horizontal) y también la grafica de* $f(x) = ab^x + k$ *es una traslación vertical de* k *unidades respecto de* $f(x) = ab^x$*, hacia arriba si* $k > 0$ *y hacia abajo si k<0 (si respeta el signo para el traslado vertical.*

Función Logarítmica:

Se define una función logarítmica de la forma:

$$f(x) = \log_a x$$

$$a > 0 \qquad a \neq 1$$

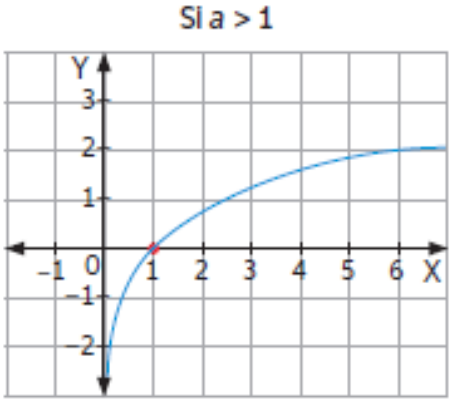
Podemos observar lo siguiente:

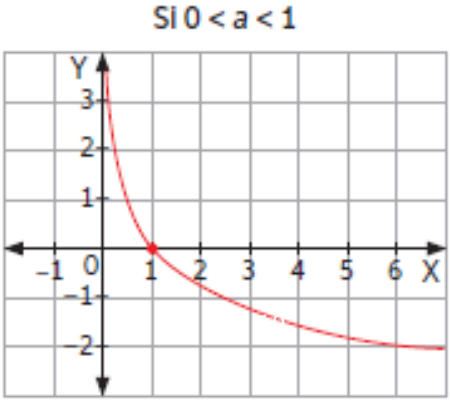
Su **dominio** es el conjunto de todos los números reales positivos ($\mathbb{R}^+$)

Su **recorrido** es el conjunto de todos los números reales ($\mathbb{R}$)

La grafica interseca el eje X en el **punto (1, 0)** y **no interseca el eje Y, que actúa como asíntota de la grafica.**

La grafica de una función logarítmica de la forma $f(x) = \log_a x$ depende del valor de *a (la base)* Así:





Además, mientras mayor es el valor de a, la función tiene un mayor crecimiento.

La grafica de $y = \log_a(x - h)$ es una traslación horizontal de h unidades respecto de $y = \log_a x$, hacia la derecha si $h > 0$ y hacia la izquierda si $h < 0$.

La grafica de $y = \log_a x + k$ es una traslación vertical de k unidades respecto de $y = \log_a x$, hacia arriba si $k > 0$ y hacia abajo si $k < 0$.

Ejercicios:

1. El precio inicial de una laptop con procesador i7 es de $1200000 pesos chilenos. Por cada año que pasa pierde un 20% de su valor. La función que representa el precio de la laptop, transcurridos t $años$ es :
2. Si la tasa de crecimiento demográfico de un país es de 1,4% anual y en el año 1990 ese país tenía una población total de trece millones doscientas mil personas, la función que representa la población desde 1990 es:

3. Determina el dominio y recorrido de la función:

$$f(x) = \log_2(x)$$

4. Determina el dominio y recorrido de la función:

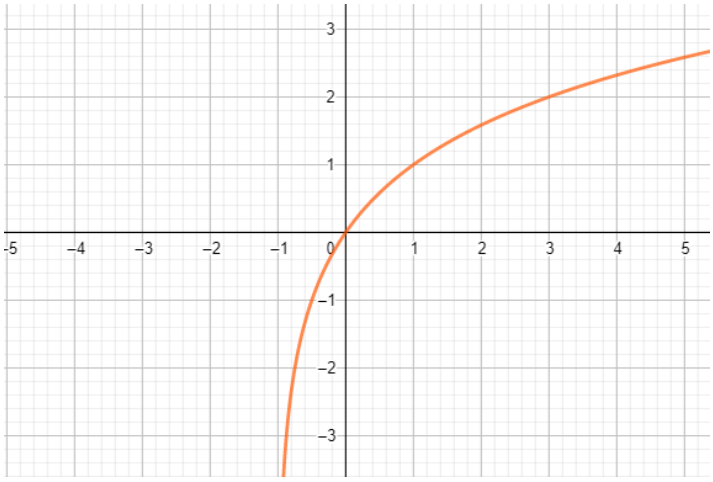
$$f(x) = \log(x+1)$$

5. Determina el dominio y recorrido de la función:

$$f(x) = \log(x) + 1$$

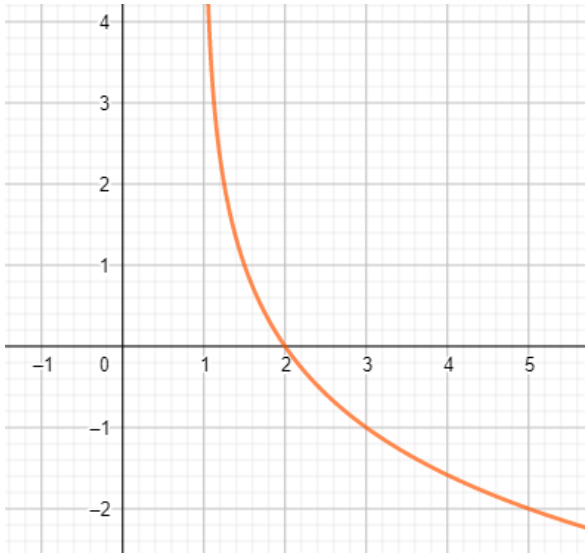
6. Determina el punto donde se intersecan con el eje X, de las siguientes funciones logarítmicas:
   a. $f(x) = \log(x)$
   b. $f(x) = \log(x+2)$
   c. $f(x) = \log(x-2)$
   d. $f(x) = \log(x) + 100$
7. Determina el dominio y recorrido de las funciones:
   a. $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x)$
   b. $f(x) = \log_{\frac{1}{6}}(x-5)$

8. Determina a cual de las siguientes funciones corresponde la grafica 1:
   A) $f(x) = \log_2 x$
   B) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$
   C) $f(x) = \log_2(x+1)$
   D) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$
   E) $f(x) = \log_2(x-1)$



Grafica 1

9. Determina a cuál de las siguientes funciones corresponde la gráfica 2:
   A) $f(x) = \log_2 x$
   B) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$
   C) $f(x) = \log_2(x+1)$
   D) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$
   E) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-1)$



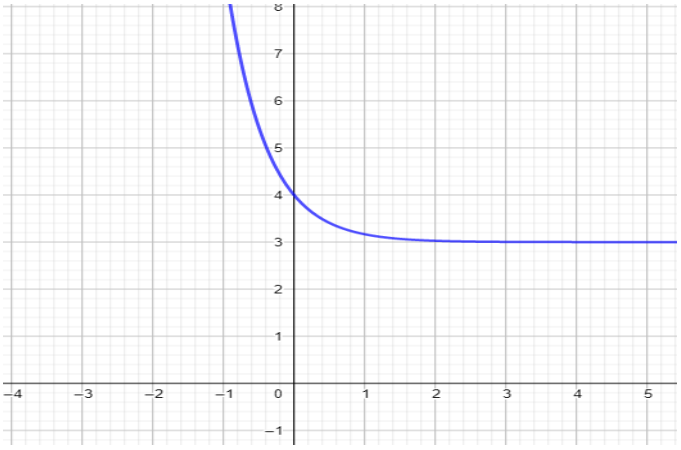
Grafica 2

10. Determina el dominio y recorrido de las siguientes funciones:
    a) $g(x) = 3^x$
    b) $g(x) = 3^{x-1}$
    c) $g(x) = 3^x - 1$

11. Determina el punto donde se intersecan con el eje y, de las siguientes funciones exponenciales:
    a) $g(x) = 5^x$
    b) $g(x) = 2^{x-1}$
    c) $g(x) = 3^x - 1$

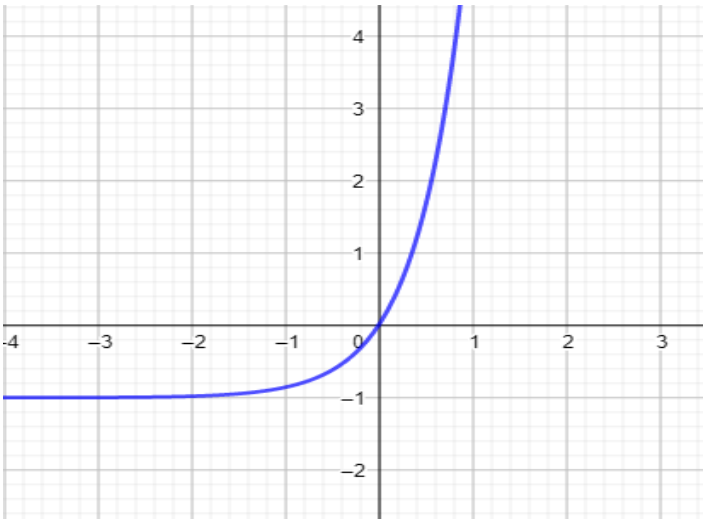
12. Determina el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:
    a. $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$
    b. $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x + 1$
    c. $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 2$

13. Determina a cuál de las funciones corresponde la gráfica 3:
    A) $g(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^x$
    B) $g(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^{x+10}$
    C) $g(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^x + 3$
    D) $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
    E) $g(x) = 6^x + 3$



Grafica 3

14. Determina a cuál de las funciones corresponde la gráfica 4:
    A) $g(x) = (3)^x$
    B) $g(x) = (5)^{x+10}$
    C) $g(x) = (7)^x - 3$
    D) $g(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^x$
    E) $g(x) = 7^x - 1$



Grafica 4