



GUIA DE AUTOAPRENDIZAJE N°11 MATEMATICA
SEGUNDO MEDIO

NOMBRE: _____ CURSO: 2° _____ FECHA: ___ / ___ / ___

Objetivo de Aprendizaje:

OA3 Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$: ($a \neq 0$)

*Resolviendo una ecuación cuadrática

Esta guía es un recurso de acompañamiento y ejercitación de la clase que veras en el video correspondiente, por lo que puedes imprimirla, una vez resuelta y revisada archivarla en una carpeta por asignatura. En caso de no poder imprimir, no hay ningún problema, ya que puedes ir copiando solo los ejemplos en tu cuaderno y dando respuesta a la ejercitación escribiendo el número de pregunta y su respuesta, especificando número de guía, y fecha.

No olvides que frente a cualquier duda o consulta coEscriba aquí la ecuación.n respecto a tu clase y/o ejercitación debes contactarnos al correo matematica.ii.smm@gmail.com. El video correspondiente a esta clase se encuentra en el link: <https://www.youtube.com/watch?v=PUNgpt590QM&feature=youtu.be>

Tema: ¿Cómo resuelvo una ecuación cuadrática?

Recordando...

En la guía anterior entendimos que es una **ecuación cuadrática**.

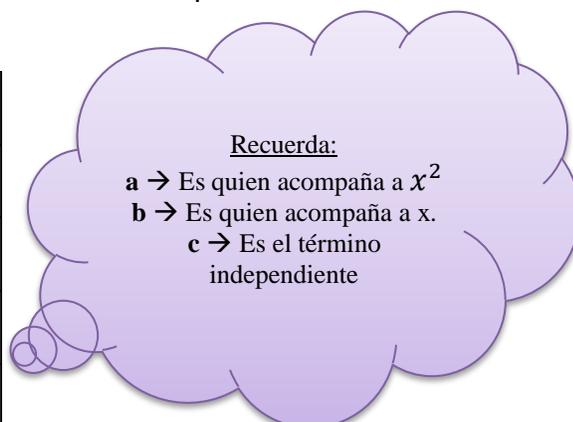


Hoy te enseñaré uno de los métodos para resolver una ecuación cuadrática.

Pero antes, debes recordar cómo obtener los coeficientes numéricos de una ecuación cuadrática!

1. Determina en cada caso el valor de a, b y c:

Ecuación	a	b	c
$-x^2 - 10x + 75 = 0$			
$8x + x^2 + 7 = 0$			
$x^2 - 45 = 0$			
$-1 + 6x - 2x^2 = 0$			
$-4x^2 - 4x = 0$			



Recuerda:
a → Es quien acompaña a x^2
b → Es quien acompaña a x.
c → Es el término independiente

Analizando...

Existen varias formas de resolver una ecuación cuadrática, siempre teniendo en cuenta que puede tener hasta **dos** soluciones, pero podemos resumir dichos métodos en esta expresión algebraica:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

¿Qué significa este símbolo \pm ?
Resp: Este símbolo que pareciera ser una mezcla entre una suma y una resta representa la diferencia entre las dos soluciones x_1 y x_2 que debe tener este tipo de ecuaciones llamadas cuadráticas.



Observa:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Este método que sirve para encontrar los dos valores de x , x_1 y x_2 , en una ecuación cuadrática es una expresión llamada "fórmula general".

¿Veamos cómo se aplica esta fórmula?

Ejemplo:

Encuentra los valores de x_1 y x_2 en la siguiente ecuación $x^2 + 7x + 12 = 0$



Primero, debes notar que la fórmula que usaremos está escrita usando los coeficientes a , b y c , por lo que debes empezar identificando los coeficientes numéricos:



$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 7 \\ c &= 12 \end{aligned}$$



En segundo lugar, como en cualquier otra fórmula debes reemplazar cada letra por el valor que encontraste en el paso anterior. Ten mucho cuidado con los signos de cada número:



$$\begin{aligned} X &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \\ x &= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1} \end{aligned}$$



Y para finalizar, resuelve la operatoria y encuentra los valores para x_1 y x_2 .

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-7 + \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1} \\ x_1 &= \frac{-7 + \sqrt{49 - 48}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-7 + \sqrt{1}}{2} \\ x_1 &= \frac{-7 + 1}{2} \\ x_1 &= \frac{-6}{2} \\ x_1 &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-7 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1} \\ x_2 &= \frac{-7 - \sqrt{49 - 48}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-7 - \sqrt{1}}{2} \\ x_2 &= \frac{-7 - 1}{2} \\ x_2 &= \frac{-8}{2} \\ x_2 &= -4 \end{aligned}$$

Debes notar que los procedimientos para encontrar x_1 y x_2 Son muy similares, sólo se diferencian al resolver la suma o resta frente a la raíz. Entonces los valores son $x_1 = -3$ y $x_2 = -4$

Resolvimos la ecuación cuadrática!!!



¿Otro ejemplo?

¿Cuáles son los valores de las soluciones de la ecuación $2x^2 - 6x - 20 = 0$?

$$x_1 = \frac{-(-6) + \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-20)}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = \frac{6 + \sqrt{36 + 160}}{4}$$

$$x_1 = \frac{6 + \sqrt{196}}{4}$$

$$x_1 = \frac{6 + 14}{4}$$

$$x_1 = \frac{20}{4}$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = \frac{-(-6) - \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-20)}}{2 \cdot 2}$$

$$x_2 = \frac{6 - \sqrt{36 + 160}}{4}$$

$$x_2 = \frac{6 - \sqrt{196}}{4}$$

$$x_2 = \frac{6 - 14}{4}$$

$$x_2 = \frac{-8}{4}$$

$$x_2 = -2$$

Las soluciones son $x_1 = 5$ y $x_2 = -2$

¿Cómo verifico que los resultados son correctos?

Respuesta: Simple, debes **reemplazar**, por separado, los valores de x_1 y x_2 en la ecuación. Si la igualdad resulta verdadera, es decir, es cero como resultado, entonces las soluciones están correctas.

Observa:

Para $x_1 = 5 \rightarrow$ se debe reemplazar 5 en todos los lugares donde aparezca una x en:

$$2x^2 - 6x - 20 = 0$$

↑ ↑
 Acá y acá

Entonces...

$$2x^2 - 6x - 20 = 0$$

$$2 \cdot 5^2 - 6 \cdot 5 - 20 = 0$$

$$2 \cdot 25 - 30 - 20 = 0$$

$$50 - 30 - 20 = 0$$

$$20 - 20 = 0$$

$$0 = 0$$

La igualdad es correcta, por lo tanto sigamos con el otro valor de x



Para $x_1 = -2 \rightarrow$ Hacemos exactamente lo mismo, pero ahora reemplazando el -2 en donde aparezca una x.

Como -2 es un número negativo, debo tener cuidado con el procedimiento. Para no olvidarlo, lo escribo en ().

$$2x^2 - 6x - 20 = 0$$

$$2 \cdot (-2)^2 - 6 \cdot (-2) - 20 = 0$$

$$2 \cdot 4 + 12 - 20 = 0$$

$$8 + 12 - 20 = 0$$

$$20 - 20 = 0$$

$$0 = 0$$



Al reemplazar ambos valores, por separado, resultaron cero!!! Es decir, las soluciones que encontramos al reemplazar la fórmula general son correctos!!!

Importante: Recuerda, los valores para x_1 y x_2 son valores REALES, eso significa que pueden ser naturales, enteros, fracciones, decimales finitos, periódicos y semiperiodicos, irracionales, raíces inexactas, raíces exactas... uff un montón de variedades numéricas!!



A practicar...

2. En cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas, identifica los coeficientes a, b y c, para reemplazar en la fórmula general y obtener las soluciones que corresponden a los valores de x.

a) $3x^2 - 9x - 12 = 0$

a: _____ b: _____ c: _____

$$x_1 = \frac{-\square + \sqrt{\square^2 - 4 \cdot \square \cdot -12}}{2 \cdot \square}$$

$$x_2 = \frac{-\square - \sqrt{\square^2 - 4 \cdot \square \cdot \square}}{2 \cdot \square}$$

$$x_1 = \frac{\square + \sqrt{\square + \square}}{\square}$$

$$x_2 = \frac{9 - \sqrt{\square + \square}}{\square}$$

$$x_1 = \frac{\square + \sqrt{\square}}{\square}$$

$$x_2 = \frac{\square - \sqrt{225}}{\square}$$

$$x_1 = \frac{\square + 15}{\square}$$

$$x_2 = \frac{\square - \square}{\square}$$

$$x_1 = \frac{\square}{\square}$$

$$x_2 = \frac{\square}{\square}$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = \square$$

➔ Los valores que corresponden a x son _____ y _____

b) $x^2 + x + 1 = 0$

a: _____ b: _____ c: _____

$$x_1 = \frac{-\square + \sqrt{\square^2 - 4 \cdot \square \cdot 1}}{2 \cdot \square}$$

$$x_2 = \frac{-\square - \sqrt{\square^2 - 4 \cdot \square \cdot \square}}{2 \cdot \square}$$

$$x_1 = \frac{\square + \sqrt{\square - \square}}{\square}$$

$$x_2 = \frac{\square - \sqrt{\square - \square}}{\square}$$

$$x_1 = \frac{\square + \sqrt{\square}}{\square}$$

$$x_2 = \frac{\square - \sqrt{\square}}{\square}$$

*Recuerda que las raíces cuadradas cuyo subradical es negativo No pertenece a los números reales.
Responde:

- Las soluciones que encontraste para b) ¿Pertenecen a los números reales? ¿Por qué?

En algunas ocasiones encontrarás soluciones para x que no pertenecerán a los números reales. Cuando esto ocurra, la **ecuación no tiene solución en R**.



3. Identifica el error en el siguiente procedimiento y luego encuentra las verdaderas soluciones:
¿Cuáles son los valores de x en la ecuación $3x^2 - 5x + 2 = 0$?

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3}$$
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6}$$
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6}$$
$$x = \frac{5 \pm 7}{6}$$

↓ ↓

$$x_1 = \frac{5 + 7}{6}$$
$$x_1 = \frac{12}{6}$$
$$x_1 = 2$$
$$x_2 = \frac{5 - 7}{6}$$
$$x_2 = \frac{-2}{6}$$
$$x_2 = -\frac{1}{3}$$

a) ¿Cuál es el error?	b) ¿Cuáles son los valores correctos de x_1 y x_2 ?
-----------------------	---

4. Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones cuadráticas usando la fórmula general. Verifica que las soluciones son correctas. Registra el desarrollo de forma clara y ordenada en tu cuaderno.
- a) $-x^2 + 17x - 70 = 0$
b) $4x^2 - 4x = 0$
c) $x^2 - \frac{1}{4} = 0$
5. Esta actividad la trabajarás directamente desde Classroom. Entra a tu clase virtual de matemática y encuentra en la sección "trabajo en clase" tu tarea n°1. Puedes realizar esta tarea en forma grupal, siempre que la cantidad de integrantes no sobrepase los 4 estudiantes. Esta tarea corresponde a una evaluación formativa, cuya participación influirá en tu nota de finalización de semestre. La fecha límite de entrega es el domingo 05 de julio.

Si quieres practicar más, encuentra ejercicios en tu texto de matemática desde la página 110.

Éxito!!! Recuerda, si tienes dudas, escíbeme a matemática.ii.smm@gmail.com